Nome………………..Cognome………………..   Classe 4G   4 dicembre 2008

VERIFICA DI FISICA: lavoro ed energia

Domande

1) Energia cinetica: (punti: 1.5)

a) fornisci la definizione più generale possibile di energia cinetica, specificando l'equazione dimensionale e le possibili unità di misura

b) scrivi l'espressione dell'energia cinetica per un corpo puntiforme

c) scrivi le possibili espressioni dell'energia cinetica per un corpo esteso

d) Enuncia il teorema dell'energia cinetica

2) Energia potenziale : (punti: 1.5)

a) fornisci la definizione più generale possibile di energia potenziale, specificando l'equazione dimensionale e le possibili unità di misura.

b) scrivi e dimostra l'espressione dell'energia potenziale di un corpo soggetto alla forza peso

c) Enuncia e dimostra il teorema dell'energia potenziale

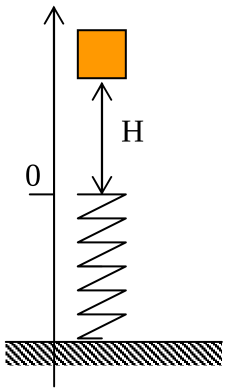
3) Quantità di moto : (punti: 1.5)

a) Scrivi l'espressione della quantità di moto di un corpo puntiforme, specificando l'equazione dimensionale e l'unità di misura.

b) Scrivi l'espressione della quantità di moto di un sistema di corpi.

c) Enuncia il teorema di conservazione della quantità di moto.

Problemi



1) Un corpo di massa m=200 g cade partendo da fermo da un'altezza H =2 m rispetto all'estremo superiore di una molla ideale fissata al suolo come in figura. Sapendo che la molla ha costante elastica k=200 N/m:

a) determina la massima deformazione subita dalla molla.

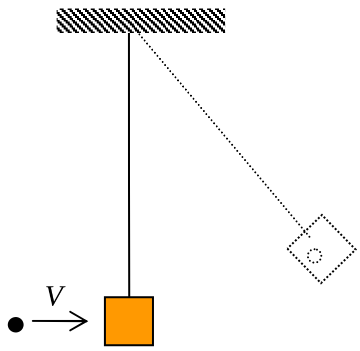
b) determina l'espressione dell'energia potenziale del corpo durante la caduta in funzione della posizione (rispetto al riferimento riportato in figura) e riporta la funzione ottenuta in un sistema di riferimento cartesiano

(punti:2,5)

2) Una massa *M*=1,5 *kg* è in equilibrio appesa ad una fune ideale di lunghezza *L*=1,5 *m* fissata al soffitto, quando viene colpita orizzontalmente da una massa *m*=150 *g* che vi rimane conficcata. Sapendo che la velocità di *m* al momento dell'impatto è di *V*=50 *km/h* determina:

a) il massimo angolo che la fune formerà con la verticale dopo l'urto.

b) L'energia persa durante l'urto



Come cambierebbe la risoluzione del problema se la massa *m* colpisse il blocco di massa *M* non orizzontalmente?

(punti:2)

Soluzione verifica di Fisica Lavoro ed energia

Domanda n. 1: Energia cinetica

a) *Fornisci la definizione più generale possibile di energia cinetica, specificando l'equazione dimensionale e le possibili unità di misura*

L'energia cinetica di un corpo è il lavoro compiuto da tutte le forze affinché il corpo, partendo da fermo, raggiunga un certo stato di moto.

L'equazione dimensionale è: $[E_c]=[M][L]^2[T]^{-2}$, di conseguenza nel sistema S.I l'unità di misura è $kg \cdot m^2 / s^2 = Joule(J)$, nel sistema C.G.S. $g \cdot cm^2 / s^2 = erg = 10^{-7}\ J$

b) *scrivi l'espressione dell'energia cinetica per un corpo puntiforme.*

Per un corpo puntiforme di massa *m* e velocità $\vec{v}$, si ha: $E_C = \frac{1}{2}mv^2$

c) *scrivi le possibili espressioni dell'energia cinetica per un corpo esteso*

Per un corpo esteso l'energia cinetica è la somma delle energie delle sue *N* parti infinitesime, considerate puntiformi: $E_C = \sum_{i=1}^{N}\frac{1}{2}m_i v_i^2$, questo in particolare diventa $E_C = \frac{1}{2}mv_{CM}^2$ nel caso di corpo rigido che trasla e $E_C = \frac{1}{2}\Im\omega^2$ per un corpo rigido che ruota con velocità angolare ω attorno ad un asse rispetto al quale ha un momento d'inerzia $\Im$.

d) *Enuncia il teorema dell'energia cinetica*

Il lavoro di tutte le forze che agiscono su un corpo che si muove da un punto A ad un punto B lungo un percorso γ è uguale alla variazione di energia cinetica del corpo: $L_{A\gamma B}(totale) = \Delta E_c$.

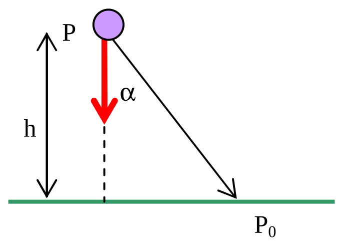
Domanda n. 2: Energia potenziale

a) *fornisci la definizione più generale possibile di energia potenziale, specificando l'equazione dimensionale e le possibili unità di misura.*

L'energia potenziale che un corpo possiede in un punto *P* quando è soggetto ad una forza conservativa è il lavoro che la forza compirebbe per portare il corpo dal punto in cui si trova, ad un punto P_0 scelto come riferimento. Tale lavoro, essendo la forza conservativa, non dipende dal percorso. $E_P = L_{PP_0}$

L'equazione dimensionale è: $[E_c]=[M][L]^2[T]^{-2}$, di conseguenza nel sistema S.I l'unità di misura è $kg \cdot m^2 / s^2 = Joule(J)$, nel sistema C.G.S. $g \cdot cm^2 / s^2 = erg = 10^{-7}\ J$

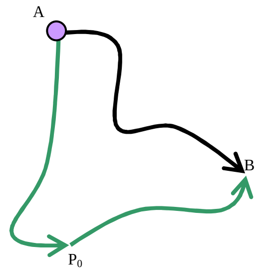
b) *scrivi e dimostra l'espressione dell'energia potenziale di un corpo soggetto alla forza peso*



Un corpo di massa *m* soggetto alla forza peso ha un'energia potenziale data dalla relazione: $E_P = mgh$, dove *h* è la quota rispetto al livello scelto come riferimento. Tale espressione deriva dalla definizione di energia potenziale e di lavoro:

$$E_P(forza\ \ peso) = L_{PP_0} = mg\overline{PP_0}\cos\alpha = mgh$$

c) *Enuncia e dimostra il teorema dell'energia potenziale*



Il lavoro compiuto da una forza conservativa su un corpo che si muove da un punto *A* ad un punto *B* è la differenza tra l'energia potenziale in *A* e quella in *B*. $L_{AB}(\,forza\,conservativa) = -\Delta E_P$.
La dimostrazione deriva dalle proprietà delle forze conservative e dalla definizione di energia potenziale:

$$L_{AB}(\,forza\,conservativa) = L_{AP_0}(\,forza\,con.) + L_{P_0B}(\,forza\,con.) =$$

$$= L_{AP_0}(\,forza\,con.) - L_{BP_0}(\,forza\,con.) = E_P(A) - E_P(B) = -\Delta E_P$$

Domanda n. 3: Quantità di moto

a) *Scrivi l'espressione della quantità di moto di un corpo puntiforme, specificando l'equazione dimensionale e l'unità di misura.*

Per un corpo puntiforme di massa *m* e velocità $\vec{v}$, la quantità di moto è: $\vec{q} = m\vec{v}$, la sua equazione dimensionale è: $[q] = [M][L]\,[T]^{-1}$ e di conseguenza l'unità di misura nel S.I è: $kg \cdot m/s$, nel sistema C.G.S. è: $g \cdot cm/s$

b) *Scrivi l'espressione della quantità di moto di un sistema di corpi.*

Per un sistema di *N* punti (o per un corpo esteso) la quantità di moto è la somma vettoriale delle quantità di moto di ogni singolo punto (o di ogni parte infinitesima): $\vec{Q} = \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i$

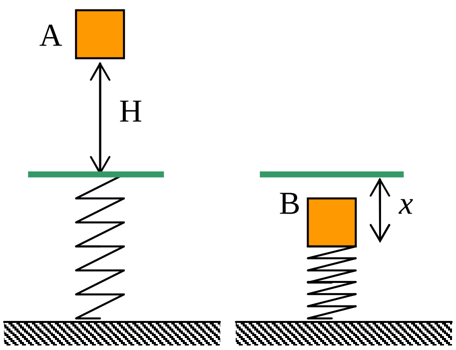
c) *Enuncia il teorema di conservazione della quantità di moto.*

In un sistema isolato, cioè nel quale non agiscono forze esterne o la risultante delle forze esterne è nulla, la quantità di moto si conserva.

Problema n. 1

Un corpo di massa m=200 g cade partendo da fermo da un'altezza H =2 m rispetto all'estremo superiore di una molla ideale fissata al suolo come in figura. Sapendo che la molla ha costante elastica k=200 N/m:

a) determina la massima deformazione subita dalla molla.

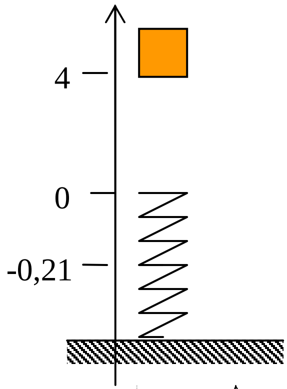


Osserviamo che dal punto A al punto B, sulla massa *m* agiscono solo forze conservative (forza peso e forza elastica), quindi per il teorema di conservazione dell'energia meccanica si ha: $E_M(A) = E_M(B)$. Fissato come livello di riferimento per l'energia potenziale della forza peso quello verde indicato in figura e come punto di riferimento per l'energia potenziale elastica la condizione di molla non deformata si ha:

$mgH = mgx + \frac{1}{2}kx^2$, dove con *x* intendiamo un numero negativo (il punto B si trova al di sotto del livello di riferimento). L'equazione di secondo grado ottenuta ha come incognita solo *x*, si può quindi risolvere:

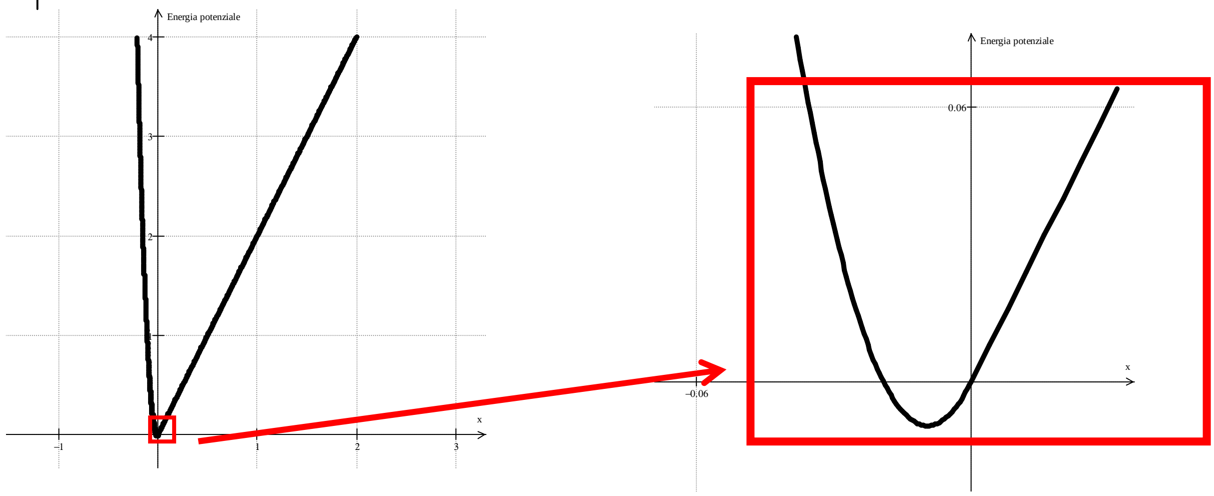
$x = \dfrac{-mg \pm \sqrt{m^2g^2 + 2kmgH}}{k}$ sostituendo i dati (dopo aver fatto le opportune conversioni) si ottiene: $x_1 = -0{,}21\,m = -21\,cm$ oppure $x_2 = 0{,}19\,m = 19\,cm$, poiché *x*<0 è accettabile solo x_1.

b) determina l'espressione dell'energia potenziale del corpo durante la caduta in funzione della posizione (rispetto al riferimento riportato in figura) e riporta la funzione ottenuta in un sistema di riferimento cartesiano)



La caduta si riferisce alle posizioni da A a B, quindi con x che va da -0,21 m a +2 m. Da A al punto di riferimento ($0 \le x \le 4$) l'unica energia potenziale presente è quella dovuta alla forza peso, quindi $E_P = mgx$ (nel grafico si ha una retta), mentre dal punto di riferimento a B c'è in aggiunta anche quella elastica: $E_P = mgx + \frac{1}{2}kx^2$ (nel grafico si ha una parabola)

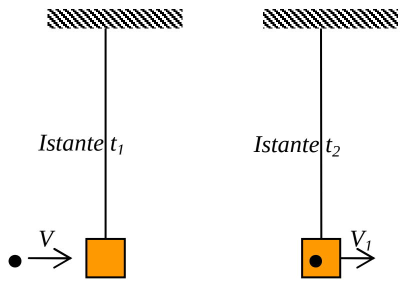
Si avrà quindi un grafico come quello in figura.



Problema n. 2

Una massa M=1,5 *kg* è in equilibrio appesa ad una fune ideale di lunghezza L=1,5 *m* fissata al soffitto, quando viene colpita orizzontalmente da una massa m=150 *g* che vi rimane conficcata. Sapendo che la velocità di m al momento dell'impatto è di V=50 *km/h* determina:

- **a)** il massimo angolo che la fune formerà con la verticale dopo l'urto.
- **b)** L'energia persa durante l'urto



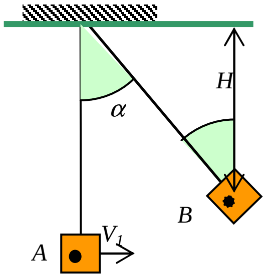
FASE dell'URTO:

Se l'urto avviene orizzontalmente, non ci sono impulsi di forze esterne durante la fase di urto, quindi le quantità di moto del sistema prima e dopo l'urto sono uguali: $\vec{Q}(t_1) = \vec{Q}(t_2)$. Trattandosi di urto perfettamente anelastico e considerando i moduli dei vettori si ha: $mV = (m+M)V_1$, quindi $V_1 = \frac{m}{m+M}V = 1{,}26\ m/s$ (fatte le opportune equivalenze)

Trattandosi di urto anelastico non si avrà conservazione dell'energia cinetica, infatti nell'istante t_1 si ha: $E_c = \frac{1}{2}mV^2 = 14{,}47\ J$, mentre nell'istante t_2 $E_c = \frac{1}{2}(m+M)V_1^2 = 1{,}31\ J$, si sono cioè persi 13,16 *J*.

FASE dopo l'URTO:

Dopo l'urto, il sistema costituito da m+M è soggetto alla forza peso e alla tensione della fune (che non compie lavoro essendo perpendicolare allo spostamento), quindi conserva la propria energia meccanica. Fissato il livello di riferimento in figura si ha: $E_M(A) = E_M(B)$



$\frac{1}{2}(m+M)V_1^{\ 2}+(m+M)g(-L)=(m+M)g(-H)$ l'unica incognita è H che si può determinare: $H=L-\frac{V_1^2}{2g}=1.42\,m$. Noto H e noto L è possibile trovare l'angolo α con i teoremi sui triangoli rettangoli:

$$\cos\alpha=\frac{H}{L} \quad \alpha=\arccos\left(\frac{H}{L}\right)=18{,}8°$$

Come cambierebbe la risoluzione del problema se la massa *m* colpisse il blocco di massa *M* non orizzontalmente?

In questo caso la tensione della fune eserciterebbe un impulso nella direzione verticale, facendo così variare la quantità di moto. Si conserverebbe solo la componente orizzontale della quantità di moto del sistema.