

VERIFICA di FISICA**Domanda n. 1 (punti: 1)**

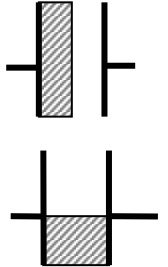
Dai la definizione di capacità di un condensatore e ricava l'espressione della capacità di un condensatore piano di area S e distanza d tra le armature posto nel vuoto. Illustra cosa avviene quando tra le armature è presente un dielettrico ed in particolare come cambia la capacità elettrica.

Applicazione (punti: 1)

I condensatori in figura, di uguali dimensioni, sono riempiti parzialmente con uno stesso dielettrico e caricati con ugual carica Q . Rispondi alle seguenti domande e fornisci una breve motivazione:

- il campo all'interno dei condensatori è uniforme ?
- la carica sulle armature dei condensatori è uniformemente distribuita ?
- In quale regione di quale condensatore il campo è più intenso ?

Traccia in entrambi i casi le linee di campo

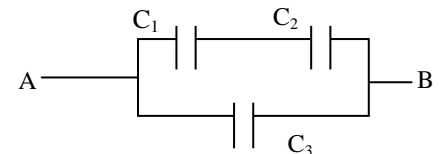
**Domanda n. 2 (punti: 0.75)**

Spiega cosa si intende con collegamento in serie e in parallelo tra condensatori. Scrivi l'espressione della capacità equivalente sia per collegamenti in serie sia per collegamenti in parallelo.

Applicazione (punti: 1)

Tre condensatori di capacità rispettivamente $C_1=10 \mu\text{F}$, $C_2=20 \mu\text{F}$ e $C_3=30 \mu\text{F}$, sono collegati come in figura.

Calcola la capacità equivalente del sistema. Determina la carica presente su ciascun condensatore quando tra i punti A e B c'è una differenza di potenziale $\Delta V=12 \text{ V}$.

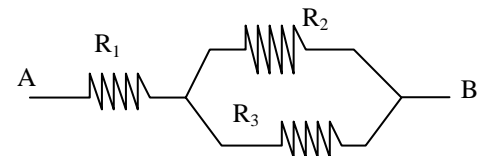
**Domanda n. 3 (punti: 0.75)**

Spiega cosa si intende con collegamento in serie e in parallelo tra resistori. Scrivi l'espressione della resistenza equivalente sia per collegamenti in serie sia per collegamenti in parallelo

Applicazione (punti: 1)

Tre resistori di resistenza rispettivamente $R_1=10 \Omega$, $R_2=20 \Omega$ e $R_3=30 \Omega$, sono collegati come in figura.

Calcola la resistenza equivalente del sistema. Determina l'intensità di corrente che circola in ciascun resistore quando tra i punti A e B c'è una differenza di potenziale $\Delta V=12 \text{ V}$.

**Domanda n. 4 (punti: 1)**

Spiega cosa si intende per conduttore in equilibrio elettrostatico. Enuncia e dimostra il teorema di Coulomb.

Applicazione (punti: 0.5)

Due sfere conduttrici di raggi rispettivamente R_1 e $R_2=2R_1$ hanno cariche identiche $Q_1=Q_2=Q$. Detti E_1 ed E_2 i moduli dei campi elettrici immediatamente fuori dalla prima e dalla seconda sfera

conduttrice, determina se è possibile $\frac{E_1}{E_2}$.

Domanda n. 5 (punti: 1)

Indica quale grandezza rappresenta e quale unità di misura ha ciascuna delle seguenti espressioni, specifica in particolare in quali casi l'espressione è valida:

- $\vec{E} \cdot \vec{S}$
- $\frac{S\epsilon_0}{d}$
- $\frac{\rho l}{S}$
- $\frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 \cdot \text{Volume}$

Soluzioni: verifica del 09 /02/09

Domanda n. 1

Dai la definizione di capacità di un condensatore e ricava l'espressione della capacità di un condensatore piano di area S e distanza d tra le armature posto nel vuoto. Illustra cosa avviene quando tra le armature è presente un dielettrico ed in particolare come cambia la capacità elettrica.

La capacità di un condensatore è la costante di proporzionalità tra la carica presente sul condensatore e la differenza di potenziale tra le armature: $C = \frac{Q}{\Delta V}$ si misura in $Farad = \frac{Coulomb}{Volt}$.

Tale costante dipende dalla geometria del condensatore e dal materiale presente tra le armature. Nel caso di un condensatore piano nel vuoto $C = \frac{S}{d} \epsilon_0$, dove S è la superficie di ciascuna armatura e d la distanza tra le armature. L'espressione si ricava nel modo seguente:

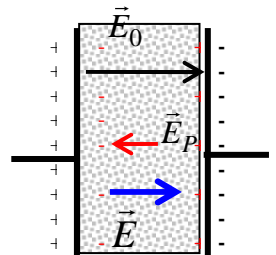
➤ caricando il condensatore con carica Q si crea un campo uniforme (trascurando gli effetti di bordo) di modulo $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{S\epsilon_0}$

➤ La differenza di potenziale tra le armature è $\Delta V = E \cdot d = \frac{Q}{S\epsilon_0} d$

➤ Di conseguenza la capacità è: $C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{\frac{Qd}{S\epsilon_0}} = \frac{S\epsilon_0}{d}$.

Quando tra le armature c'è un dielettrico si ha il fenomeno di polarizzazione, cioè le molecole del dielettrico si deformano o orientano dando origine ad una carica di polarizzazione. Al campo generato dalla carica libera presente sulle armature (\vec{E}_0) si aggiunge (vettorialmente) quello dovuto alle cariche di polarizzazione (\vec{E}_p), l'effetto è un campo ridotto (\vec{E}) di un fattore che dipende dall'isolante, tale fattore si chiama costante dielettrica relativa ϵ_r . Poiché diminuisce il campo, dello stesso fattore diminuisce la differenza di potenziale e di conseguenza aumenta la capacità:

$$C = \frac{S}{d} \epsilon_r \epsilon_0$$



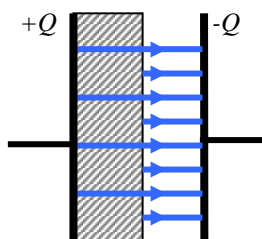
Applicazione

I condensatori in figura, di uguali dimensioni, sono riempiti parzialmente con uno stesso dielettrico e caricati con ugual carica Q . Rispondi alle seguenti domande (fornisci una breve motivazione):

- a) il campo all'interno è uniforme nel primo condensatore ? E nel secondo?
- b) la carica sulle armature è uniformemente distribuita nel primo condensatore ? E nel secondo?
- c) In quale regione di quale condensatore il campo è più intenso ?

Traccia in entrambi i casi le linee di campo

Nel primo caso la carica si distribuisce uniformemente sulle armature, si avrà nello spazio con dielettrico un campo più debole di un fattore ϵ_r rispetto a quello che si ha nel vuoto, a causa del fenomeno di polarizzazione,



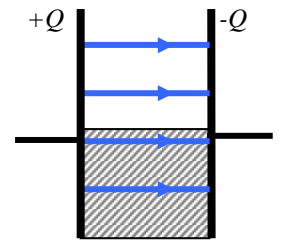
$$\text{quindi } E = \begin{cases} \frac{Q}{S\epsilon_0} & \text{nella regione vuota} \\ \frac{Q}{S\epsilon_r \epsilon_0} & \text{nella regione con dielettrico} \end{cases}$$

Nel secondo caso, poiché ciascuna armatura è in equilibrio elettrostatico si dovrà avere un campo uniforme, affinché si verifichi questo la carica si distribuisce in modo non uniforme,

addensandosi nella regione che si affaccia sul dielettrico. Il campo è quindi $E = \frac{\sigma_1}{\epsilon_0}$,

dove $\sigma_1 = \frac{Q_1}{S_1}$ è la densità di carica presente sulla parte di armatura che non si

affaccia sul dielettrico, tale densità è senza dubbio minore di $\frac{Q}{S}$, presente nel caso precedente, di conseguenza il campo elettrico ha modulo massimo nella regione vuota del primo condensatore.



Domanda n. 2

Spiega cosa si intende con collegamento in serie e in parallelo tra condensatori. Scrivi l'espressione della capacità equivalente sia per collegamenti in serie sia per collegamenti in parallelo.

Due o più condensatori collegati in serie hanno la stessa carica Q sulle armature e differenze di potenziale non necessariamente uguali. Il condensatore equivalente è quel condensatore che si carica con carica Q quando tra le armature c'è una differenza di potenziale uguale a quella presente ai capi della serie.

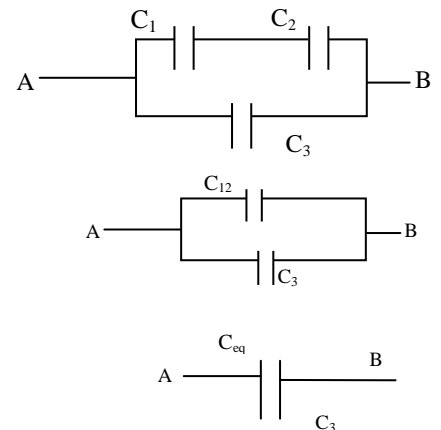
La capacità di tale condensatore è: $C_{eq} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_N} \right)^{-1}$

Due o più condensatori in parallelo hanno tra le armature la stessa differenza di potenziale ΔV e cariche sulle armature non necessariamente uguali. Il condensatore equivalente è quel condensatore che posto alla stessa ΔV si carica con carica pari alla somma delle singole cariche presenti sui condensatori del collegamento. La capacità di tale condensatore è: $C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots + C_N$

Applicazione

Tre condensatori di capacità rispettivamente $C_1=10 \mu F$, $C_2=20 \mu F$ e $C_3=30 \mu F$, sono collegati come in figura.

Calcola la capacità equivalente del sistema. Determina la carica presente su ciascun condensatore quando tra i punti A e B c'è una differenza di potenziale $\Delta V=12 V$.



I condensatori 1 e 2 sono in serie, quindi $C_{12} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)^{-1} = 6,67 \mu F$;

I condensatori 12 e 3 sono in parallelo $C_{eq} = C_{12} + C_3 = 36,67 \mu F$

Dalla definizione di capacità: $Q = C\Delta V$, inoltre poiché 1 e 2 sono in serie avranno la stessa carica presente su 12, quindi:

$$Q_1 = Q_2 = C_{12}\Delta V_{AB} = 80,04 \mu C \quad Q_3 = C_3\Delta V_{AB} = 360 \mu C$$

Domanda n. 3

Spiega cosa si intende con collegamento in serie e in parallelo tra resistori. Scrivi l'espressione della resistenza equivalente sia per collegamenti in serie sia per collegamenti in parallelo

Due o più resistori collegati in serie sono attraversati da corrente di uguale intensità I , mentre non hanno necessariamente la stessa differenza di potenziale ai capi. Il resistore equivalente è quel resistore percorso da corrente di intensità I quando ai capi c'è una differenza di potenziale uguale a quella presente ai capi della serie. La resistenza di tale resistore è: $R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_N$

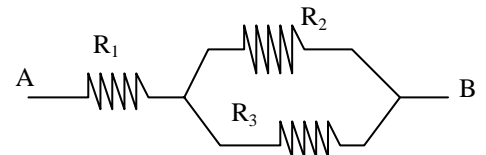
Due o più resistori in parallelo hanno ai capi la stessa differenza di potenziale ΔV , mentre sono attraversato da correnti di intensità non necessariamente uguali. Il resistore equivalente è quel resistore che posto alla stessa ΔV è attraversato da corrente di intensità pari alla somma delle singole intensità che attraversano i resistori del collegamento. La resistenza di tale resistore è:

$$R_{eq} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N} \right)^{-1}$$

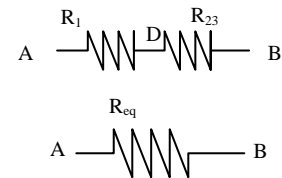
Applicazione

Tre resistori di resistenza rispettivamente $R_1=10$, $R_2=20$ e $R_3=30$ μF , sono collegati come in figura.

Calcola la resistenza equivalente del sistema. Determina l'intensità di corrente che circola in ciascun resistore quando tra i punti A e B c'è una differenza di potenziale $\Delta V=12$ V.



I resistori 2 e 3 sono in parallelo, quindi $R_{23} = \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)^{-1} = 12 \Omega$



I resistori 23 e 1 sono in serie, quindi: $R_{eq} = R_1 + R_{23} = 22 \Omega$

Dalla prima legge di Ohm: $I = \frac{\Delta V}{R}$, ricordando le caratteristiche dei

collegamenti: $I_1 = I_{eq} = \frac{\Delta V_{AB}}{R_{eq}} \approx 0.55$ A,

quindi $\Delta V_{AD} = R_1 I_1 \approx 5,5$ V, per differenza $\Delta V_{DB} = \Delta V_{AB} - \Delta V_{AD} \approx 6.5$ V

$I_2 = \frac{\Delta V_{DB}}{R_2} \approx 0.33$ A $I_3 = \frac{\Delta V_{DB}}{R_3} \approx 0.22$ A (Osserva che $I_1 = I_2 + I_3$)

Domanda n. 4

Spiega cosa si intende per conduttore in equilibrio elettrostatico. Enuncia e dimostra il teorema di Coulomb.

Un conduttore è un materiale che ha cariche libere di muoversi (elettroni di conduzione), quando si trova in condizioni di equilibrio elettrostatico tali cariche sono ferme.

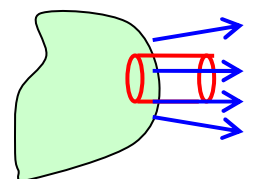
Il Teorema di Coulomb dice che, immediatamente fuori da un conduttore in equilibrio elettrostatico, nel vuoto, il modulo del campo elettrico è $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$.

Per la dimostrazione bisogna ricordare che in condizioni di equilibrio elettrostatico un conduttore ha carica superficiale, campo nullo all'interno e all'esterno campo perpendicolare alla superficie del conduttore stesso. Calcolando il flusso attraverso la superficie cilindrica in figura, tanto piccola da poter considerare il campo uniforme e perpendicolare alla superficie di base esterna si ha:

dalla definizione: $\Phi_{cilindro}(\vec{E}) = \Phi_{baseinterna}(\vec{E}) + \Phi_{baseesterna}(\vec{E}) + \Phi_{suplaterale}(\vec{E}) =$
 $= 0 + ES \cos 0^\circ + 0$

dal Teorema di Gauss $\Phi_{cilindro}(\vec{E}) = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}$

Eguagliando le due espressioni si ha: $ES = \frac{\sigma S}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$



Applicazione

Due sfere conduttrici di raggi rispettivamente R_1 e $R_2=2R_1$ hanno cariche identiche $Q_1=Q_2=Q$. Detti E_1 ed E_2 i moduli dei campi elettrici immediatamente fuori dalla prima e dalla seconda sfera conduttrice, determina se è possibile $\frac{E_1}{E_2}$.

$$\text{Dal teorema di Coulomb: } E_1 = \frac{\sigma_1}{\epsilon_0} = \frac{\frac{Q}{4\pi R_1^2}}{\epsilon_0} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_1^2} \quad E_2 = \frac{\sigma_2}{\epsilon_0} = \frac{\frac{Q}{4\pi(2R_1)^2}}{\epsilon_0} = \frac{Q}{16\pi\epsilon_0 R_1^2} = \frac{E_1}{4}$$

$$\text{quindi } \frac{E_1}{E_2} = 4$$

Domanda n. 5

Indica quale grandezza rappresenta e quale unità di misura ha ciascuna delle seguenti espressioni, specifica in particolare in quali casi l'espressione è valida:

a) $\vec{E} \cdot \vec{S}$ flusso di un campo elettrico uniforme attraverso una superficie piana, si misura in $\frac{N}{C} m^2$ oppure Vm .

b) $\frac{S\epsilon_0}{d}$ capacità di un condensatore piano nel vuoto, quando è possibile trascurare gli effetti di bordo, si misura in F

c) $\frac{\rho l}{S}$ resistenza elettrica di un conduttore ohmico a sezione costante, si misura in Ω

d) $\frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 \cdot Volume$ energia elettrostatica nel vuoto, in uno spazio in cui è presente un campo uniforme, si misura in J