Nome……………………………..Cognome…………………… 25 Ottobre 2008 Classe 4D

## Verifica di matematica: Goniometria

**A)** Traccia i grafici delle seguenti funzioni: (punti: 3)

1) $y = \arctan|x| - 2$ 2) $y = \frac{1}{4}\sin(x + \frac{\pi}{3})$ 3) $y = 2 - |\cos x|$

4) $\mathrm{y} = \frac{1 + \mathrm{cot\,anx}}{3}$ 5) $y = -2\arcsin\left(\frac{x}{3}\right)$ 6) $y = \arccos\left(|x| - \frac{3}{4}\right)$

**B**) Calcola i valori delle seguenti espressioni: (punti: 1,5)

1) Calcola i possibili valori di $\tan\alpha$, sapendo che $\sin\alpha = -\frac{2}{5}$

2) Calcola $\cos\alpha$, sapendo che $\tan\alpha = -2$ e che $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$

3) Calcola $\sin\alpha$, sapendo che $\cot\mathrm{an}\alpha = 5$ e che $-\pi < \alpha < -\frac{\pi}{2}$

4) Calcola $\sin(\pi + \arctan\left(\frac{5}{2}\right))$ 5) Calcola $\tan(\pi - \arcsin\left(\frac{1}{4}\right))$ 6) Calcola $\cos(\arctan(3) - 2\pi)$

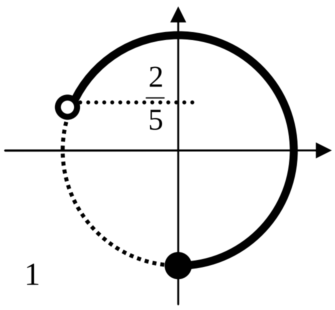
**C)** Risolvi le seguenti disequazioni (punti: 2)

1) $2\cos x > \sqrt{3}$ 2) $\sin x \le -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 3) $\sin x < 1$

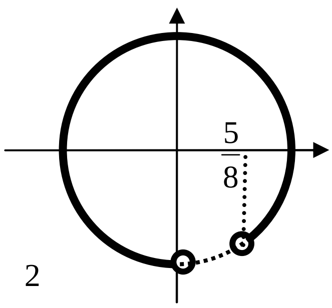
4) $\cos \ge -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 5) $\sin x \le \frac{1}{5}$ 6) $\tan x > \frac{2}{3}$

7) $\cos x \le \frac{5}{3}$ 8) $|\cos x| \le \frac{2}{3}$

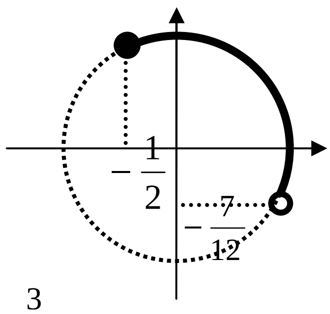
**D**) Scrivi gli angoli corrispondenti agli archi individuati nelle seguenti figure: (punti 3)



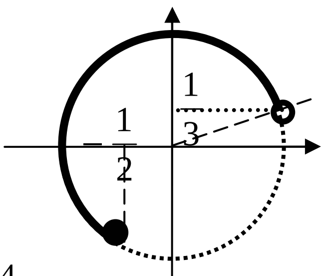
1



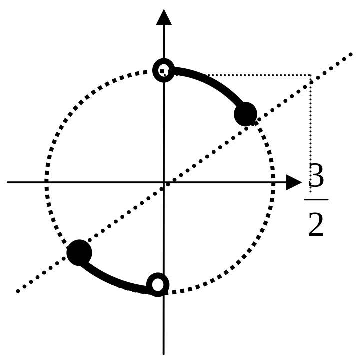
2

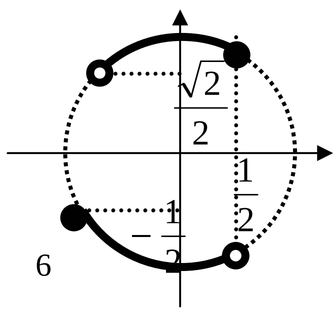


3



4

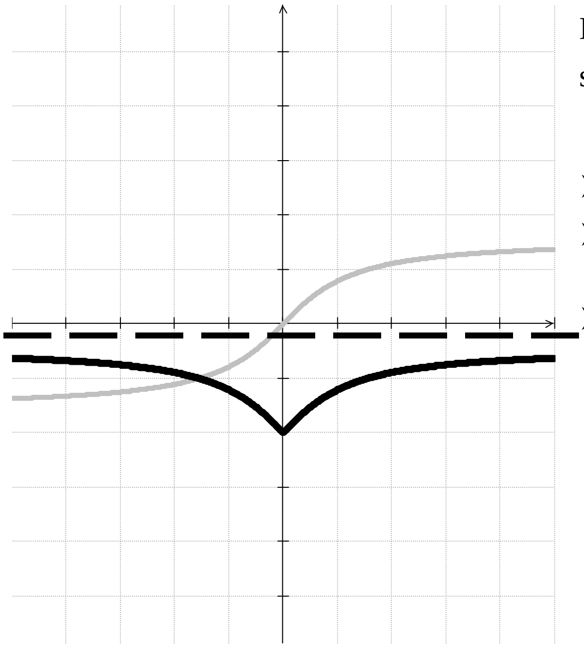


6

## SOLUZIONI Verifica di matematica: Goniometria     25 Ottobre 2008  Classe 4D

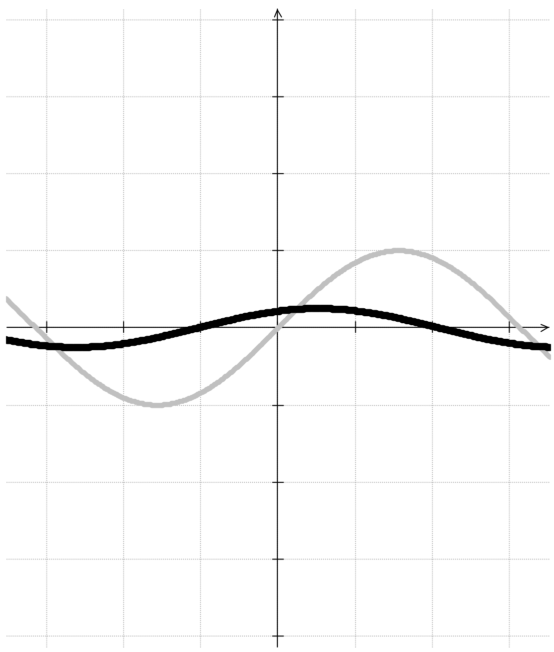
**Esercizio A1**



Il grafico di $y = \arctan|x| - 2$ (in nero) si ottiene nel modo seguente:

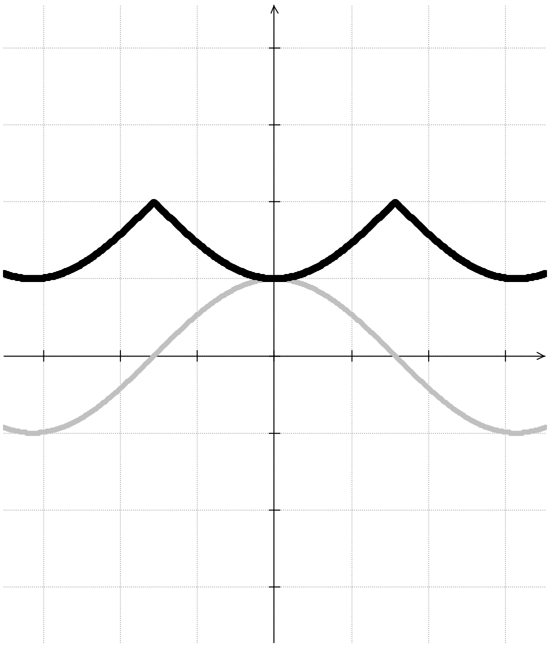
- traccio il grafico di $y = \arctan x$ (in grigio)
- deduco il grafico di $y = \arctan|x|$ (evidenzio i punti con le x positive e i rispettivi simmetrici rispetto all'asse delle ordinate)
- deduco il grafico di $y = \arctan|x| - 2$ (sposto l'asse orizzontale in alto di 2)

**Esercizio A2**



Il grafico di $y = \frac{1}{4}\sin(x + \frac{\pi}{3})$ (in nero) si ottiene nel modo seguente:

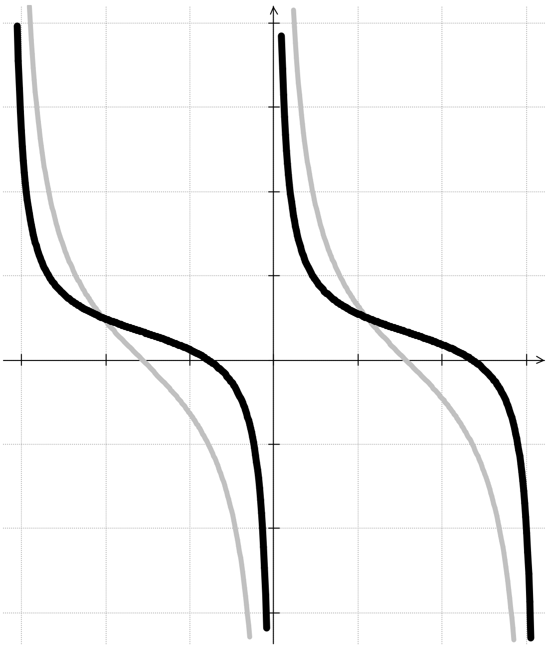
- traccio il grafico di $y = \sin x$ (in grigio)
- deduco il grafico di $y = \sin(x + \frac{\pi}{3})$ (spostando l'asse verticale a destra di $\frac{\pi}{3}$)
- deduco il grafico di $y = \frac{1}{4}\sin(x + \frac{\pi}{3})$ (contraendo verticalmente di $\frac{1}{4}$)



**Esercizio A3**

Il grafico di $y = 2 - |\cos x|$ (in nero) si ottiene nel modo seguente:

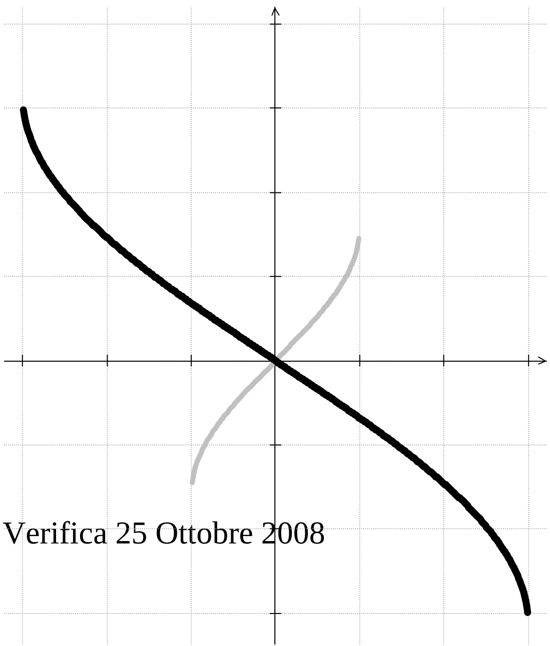
- traccio il grafico di $y = \cos x$ (in grigio)
- deduco il grafico di $y = |\cos x|$ (ribaltando le parti negative)
- deduco il grafico di $y = -|\cos x|$ (facendo il simmetrico rispetto all'asse delle ascisse)
- deduco il grafico di $y = 2 - |\cos x|$ ( spostando l'asse orizzontale in basso di 2)



**Esercizio A4**

La funzione $y = \frac{1 + \cot \mathrm{anx}}{3}$ si puà riscrivere come $y = \frac{1}{3} + \frac{\cot \mathrm{anx}}{3}$ e il suo grafico (in nero) si ottiene nel modo seguente:

- traccio il grafico di $y = \cot \mathrm{anx}$ (in grigio)
- deduco il grafico di $y = \frac{\cot \mathrm{anx}}{3}$ (contraendo verticalmente di 3)
- deduco il grafico di $y = \frac{1}{3} + \frac{\cot \mathrm{anx}}{3}$ (spostando l'asse orizzontale in basso di $\frac{1}{3}$)



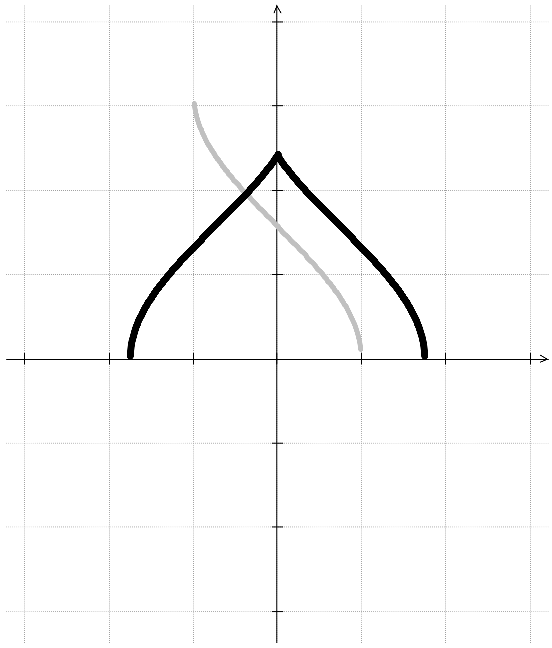
**Esercizio A5**

Il grafico di $y = -2\arcsin\left(\frac{x}{3}\right)$ (in nero) si ottiene nel modo seguente:

- traccio il grafico di $y = \arcsin(x)$ (in grigio)
- deduco il grafico di $y = \arcsin\left(\frac{x}{3}\right)$ (dilatando orizzontalmente di 3)

- deduco il grafico di $y = 2\arcsin\left(\frac{x}{3}\right)$ (dilatando verticalmente di 2)
- deduco il grafico di $y = -2\arcsin\left(\frac{x}{3}\right)$ (facendo il simmetrico rispetto all'asse delle ascisse)

**Esercizio A6**



Il grafico di $y = \arccos\left(|x| - \frac{3}{4}\right)$ (in nero) si ottiene nel modo seguente:

- traccio il grafico di $y = \arccos x$ (in grigio)
- deduco il grafico di $y = \arcsin(x - \frac{3}{4})$ (spostando l'asse verticale a sinistra di $\frac{3}{4}$)
- deduco il grafico di $y = \arccos\left(|x| - \frac{3}{4}\right)$ (evidenziando le parti con le x positive e tracciando le corrispondenti simmetriche rispetto all'asse delle ordinate)

**Esercizio B1** Calcola i possibili valori di $\tan\alpha$, sapendo che $\sin\alpha = -\frac{2}{5}$

usando la relazione che lega la tangente al seno e al coseno e quella che lega il coseno al seno:

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\sin\alpha}{\pm\sqrt{1-\sin^2\alpha}} = \mp\frac{2}{\sqrt{21}}$$ (non è possibile specificare il segno)

**Esercizio B2** Calcola $\cos\alpha$, sapendo che $\tan\alpha = -2$ e che $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$

usando la relazione che lega il coseno alla tangente:

$$\cos\alpha = \boxed{+}\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$ (l’angolo è nel 4° quadrante, quindi il coseno è positivo)

**Esercizio B3** Calcola $\sin\alpha$, sapendo che $\cot an\alpha = 5$ e che $-\pi < \alpha < -\frac{\pi}{2}$

Usando il legame tra tangente e cotangente: $\tan\alpha = \frac{1}{\cot an\alpha} = \frac{1}{5}$

usando la relazione che lega il seno alla tangente:

$$\sin\alpha = \boxed{-}\frac{\tan\alpha}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}} = -\frac{1}{\sqrt{26}}$$ (l’angolo è nel 3° quadrante, quindi il seno è negativo)

**Esercizio B4** Calcola $\sin(\pi + \arctan\left(\frac{5}{2}\right))$

ponendo $\alpha = \arctan\left(\frac{5}{2}\right)$ si deve determinare $\sin(\pi + \arctan\left(\frac{5}{2}\right)) = \sin(\pi + \alpha)$

sapendo che $\tan\alpha = \frac{5}{2}$ e $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$

usando le relazioni sugli archi associati $\sin(\pi + \alpha) = -\sin\alpha$

usando la relazione che lega il seno alla tangente:

$$\sin\alpha = \boxed{+}\frac{\tan\alpha}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}} = +\frac{5}{\sqrt{29}}$$ (l’angolo è nel 1° quadrante, quindi il coseno è positivo)

**Esercizio B5** Calcola $\tan(\pi - \arcsin\left(\frac{1}{4}\right))$

ponendo $\alpha = \arcsin\left(\frac{1}{4}\right)$ si deve determinare $\tan(\pi - \arcsin\left(\frac{1}{4}\right)) = \tan(\pi - \alpha)$

sapendo che $\sin\alpha = \frac{1}{4}$ e $-\frac{\pi}{2} \le \alpha \le \frac{\pi}{2}$

usando le relazioni sugli archi associati $\tan(\pi - \alpha) = -\tan\alpha$

usando la relazione che lega la tangente al seno e al coseno e quella che lega il coseno al seno:

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\sin\alpha}{\boxed{+}\sqrt{1-\sin^2\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{15}}$$ (l’angolo è nel primo quadrante quindi il coseno è positivo)

**Esercizio B6** Calcola $\cos(\arctan(3) - 2\pi)$

ponendo $\alpha = \arctan(3)$ si deve determinare $\cos(-2\pi + \arctan(3)) = \sin(-2\pi + \alpha)$

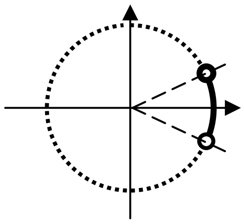
sapendo che $\tan\alpha = 3$ e $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$

usando le relazioni sugli archi associati $\cos(-2\pi + \alpha) = \cos\alpha$

usando la relazione che lega il coseno alla tangente:

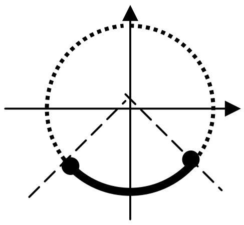
$\cos\alpha = \boxed{+}\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}} = +\frac{1}{\sqrt{10}}$ (l’angolo è nel 1° quadrante, quindi il coseno è positivo)

**Esercizio C1** $\cos x > \frac{\sqrt{3}}{2}$



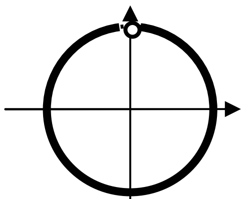
$-\frac{\pi}{6} + 2k\pi \le x \le \frac{\pi}{6} + 2k\pi$

**Esercizio C2** $\sin x \le -\frac{\sqrt{2}}{2}$



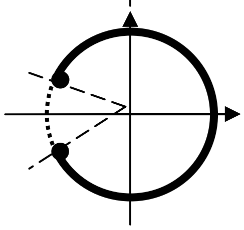
$\frac{5\pi}{4} + 2k\pi < x < \frac{7}{4}\pi + 2k\pi$

**Esercizio C3** $\sin x < 1$



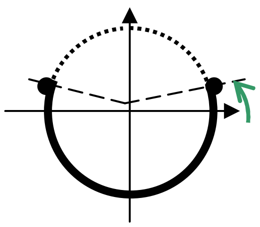
$x \ne \frac{\pi}{2} + 2k\pi$

**Esercizio C4** $\cos \ge -\frac{\sqrt{3}}{2}$



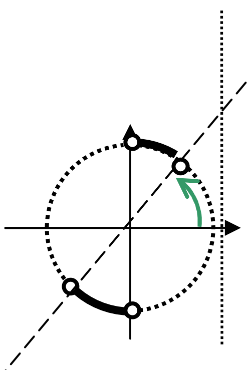
$-\frac{5\pi}{6} + 2k\pi \le x \le \frac{5}{6}\pi + 2k\pi$

**Esercizio C5** $\sin x \le \frac{1}{5}$



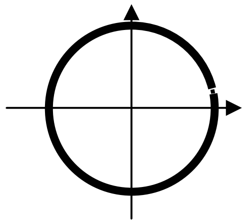
$\pi - \arcsin\left(\frac{1}{5}\right) + 2k\pi \le x \le 2\pi + \arcsin\left(\frac{1}{5}\right) + 2k\pi$

**Esercizio C6** $\tan x > \frac{2}{3}$



$\arctan\frac{2}{3} + k\pi < x < \frac{\pi}{2} + k\pi$

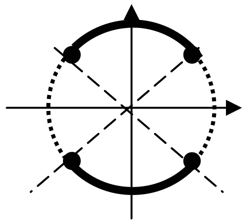
**Esercizio C7** $\cos x \le \frac{5}{3}$



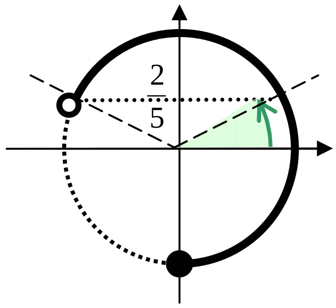
$\forall x \in R$

**Esercizio C8** $|\cos x| \le \frac{2}{3}$ cioè $-\frac{2}{3} \le \cos x \le \frac{2}{3}$

$\arccos\left(\frac{2}{3}\right) + k\pi \le x \le \pi - \arccos\left(\frac{2}{3}\right) + k\pi$

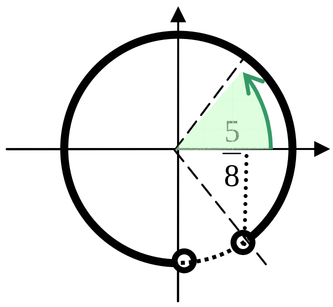


**Esercizio D1**



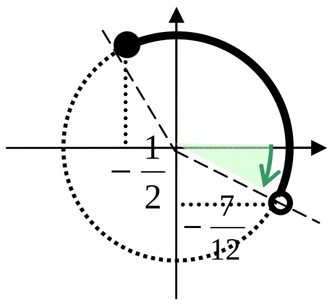

$-\frac{\pi}{2} + 2k\pi \le \alpha < \pi - \arcsin\left(\frac{2}{5}\right) + 2k\pi$

**Esercizio D2**



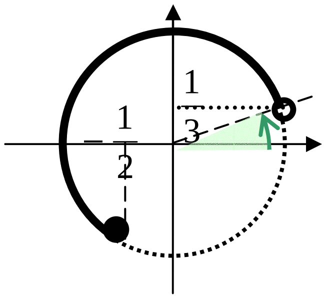

$-\arccos\left(\frac{5}{8}\right) + 2k\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$

**Esercizio D3**



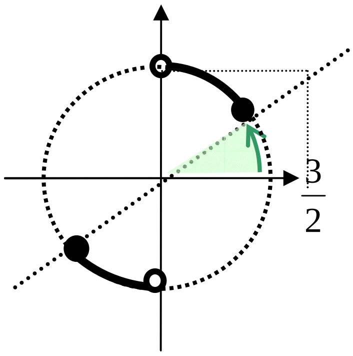

$\arcsin\left(-\frac{7}{12}\right) + 2k\pi \le \alpha \le \frac{2}{3}\pi + 2k\pi$

**Esercizio D4**



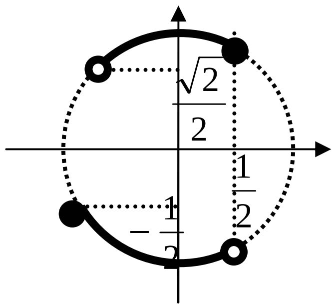

$$\arcsin\left(\frac{1}{3}\right)+2k\pi<\alpha\le\frac{4}{3}\pi+2k\pi$$

**Esercizio D5**




$$\mathrm{arc\,cot\,an}\left(\frac{3}{2}\right)+k\pi\le\alpha<\frac{\pi}{2}+k\pi$$

**Esercizio D6**




$$\frac{\pi}{3}+2k\pi<\alpha\le\frac{3}{4}+2k\pi$$

$$\vee$$

$$\frac{7}{6}\pi+2k\pi<\alpha\le\frac{5}{3}\pi+2k\pi$$