# Anno Scolastico 2016-17

## Classe 2^AS

Disciplina: **MATEMATICA**
Docente: prof.ssa Elena Nobili

Libro di testo in adozione:
L. Sasso "La matematica a colori" ed. blu vol. 2 + e-book - Petrini

| **ALGEBRA** | | |
|---|---|---|
| **Conoscenze** | **Abilità** | **Competenze** |
| • L'insieme **R** e le sue caratteristiche<br>• Il concetto di radice *n*-esima di un numero reale<br>• Le potenze con esponente razionale<br>• Il concetto di matrice e le operazioni tra matrici | • Semplificare espressioni contenenti radici<br>• Operare con le potenze a esponente razionale<br>• Eseguire operazioni con le matrici e calcolare il determinante di una matrice quadrata | • Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico e algebrico, rappresentandole anche sotto forma grafica |
| | | |
| **GEOMETRIA** | | |
| **Conoscenze** | **Abilità** | **Competenze** |
| • Il metodo delle coordinate: la retta nel piano cartesiano<br>• Circonferenza e cerchio<br>• Area dei poligoni. Teoremi di Euclide e di Pitagora<br>• Il teorema di Talete e la similitudine<br>• Le omotetie e le similitudini<br>• Le funzioni goniometriche e i teoremi sui triangoli rettangoli | • Calcolare nel piano cartesiano il punto medio e la lunghezza di un segmento<br>• Scrivere l'equazione di una retta nel piano cartesiano, riconoscendo rette parallele e perpendicolari<br>• Calcolare l'area delle principali figure geometriche del piano<br>• Utilizzare i teoremi di Pitagora, di Euclide e di Talete per calcolare lunghezze<br>• Applicare le relazioni fra lati, perimetri e aree di poligoni simili<br>• Determinare la figura corrispondente di una data tramite un'omotetia o una similitudine<br>• Risolvere un triangolo rettangolo<br>• Calcolare il prodotto scalare e il prodotto vettoriale tra due vettori | • Confrontare e analizzare figure geometriche, individuandone invarianti e relazioni<br>• Dimostrare proprietà di figure geometriche<br>• Individuare strategie appropriate per la risoluzione di problemi<br>• Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, dimostrare) |
| | | |
| **RELAZIONI E FUNZIONI** | | |
| **Conoscenze** | **Abilità** | **Competenze** |

| | | |
|---|---|---|
| • Sistemi lineari<br>• Funzioni, equazioni, disequazioni e sistemi di secondo grado<br>• Particolari equazioni, disequazioni e sistemi di grado superiore al secondo | • Risolvere equazioni, disequazioni e sistemi di primo e secondo grado e saperli interpretare graficamente<br>• Rappresentare nel piano cartesiano la funzione di secondo grado, $f(x) = ax^2 + bx + c$, la funzione valore assoluto, $f(x) = \|x\|$, e le funzioni radice, $f(x) = \sqrt{x}$ e $f(x) = \sqrt[3]{x}$<br>• Risolvere semplici equazioni, disequazioni e sistemi di grado superiore al secondo, irrazionali o con valori assoluti, e saperli interpretare graficamente<br>• Utilizzare diverse forme di rappresentazione (verbale, simbolica, grafica) e saper passare dall'una all'altra | • Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico e algebrico, rappresentandole anche sotto forma grafica<br>• Individuare strategie appropriate per la soluzione di problemi<br>• Interpretare grafici che rappresentano la variazione di grandezze in problemi tratti dalla realtà |

| | | |
|---|---|---|
| **DATI E PREVISIONI** | | |
| **Conoscenze** | **Abilità** | **Competenze** |
| • Significato della probabilità e sue valutazioni<br>• Probabilità e frequenza<br>• I primi teoremi di calcolo delle probabilità | • Calcolare la probabilità di eventi in spazi equiprobabili finiti<br>• Calcolare la probabilità dell'evento unione e intersezione di due eventi dati | • Individuare strategie appropriate per la soluzione di problemi |

# Area

**Per ognuna delle seguenti affermazioni ed espressioni indica se è vera o falsa, motivando la risposta:**

**1.** l'equivalenza di superfici gode della proprietà transitiva **V F**

**2.** due poligoni equiscomponibili sono anche equivalenti e viceversa **V F**

**3.** due triangoli equivalenti hanno sicuramente basi e altezze rispettivamente congruenti **V F**

**4.** dato un poligono con $n$ lati è sempre possibile trovare un triangolo a esso equivalente **V F**

**5.** un trapezio avente le basi rispettivamente lunghe 20 cm e 15 cm e altezza lunga 10 cm è equivalente a un rombo con le diagonali lunghe rispettivamente 25 cm e 14 cm **V F**

**6.** se di un triangolo conosciamo le misure dei lati possiamo calcolarne l'area senza ulteriori dati **V F**

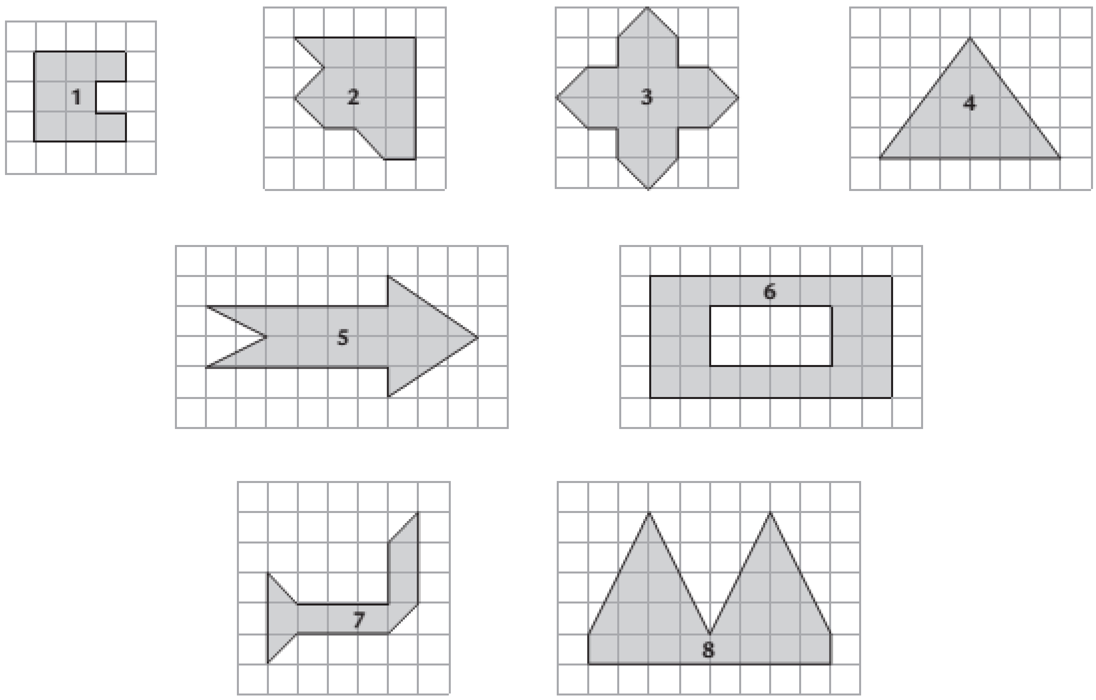
**7.** l'equiscomponibilità dei poligoni è una relazione di equivalenza **V F**

**8.** se in un rettangolo si triplicano le misure dei lati il perimetro e l'area triplicano entrambi **V F**

**9.** la formula per il calcolo dell'area del rombo si può utilizzare per calcolare l'area di un qualunque quadrilatero che abbia le diagonali perpendicolari **V F**

**10.** se in un triangolo raddoppia la misura della base allora anche l'area raddoppia **V F**

**11.** Tra le figure riportate sotto, individua le coppie di figure equivalenti.




**12.** Quali delle coppie di figure equivalenti dell'esercizio precedente sono anche equiscomponibili? Mostralo.

**13.** Attraverso passaggi successivi, trasforma l'esagono di **figura 1** in un triangolo equivalente.

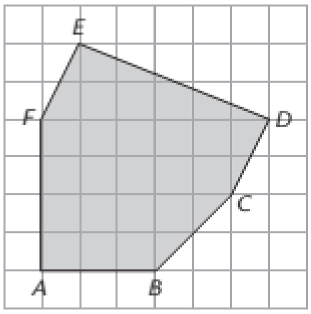



**Figura 1**

**14.** Dimostra che una mediana di un triangolo lo divide in due triangoli equivalenti.

**15.** Con riferimento alla **figura 2**, dove *ABCD* è un parallelogramma, dimostra che il quadrilatero *AFDE* è equivalente al triangolo *BEC*.

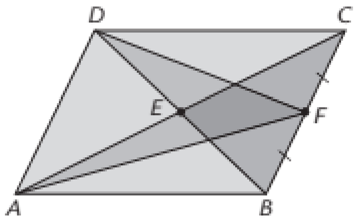



**Figura 2**

**16.** Nella **figura 3**, il triangolo viene suddiviso in sei parti dalle sue mediane. Se l'area del triangolo è di 300 cm², quanto vale quella del quadrilatero evidenziato?

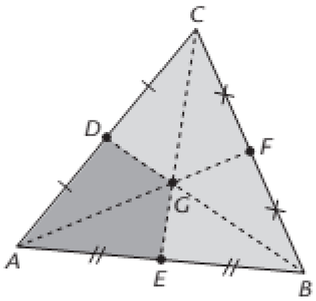



**Figura 3**

**17.** Costruendo sui lati di un quadrato, esternamente al quadrato stesso, quattro triangoli isosceli aventi altezza pari a $\frac{3}{2}$ della base, si ottiene un ottagono con la forma di una stella a 4 punte. Quanto deve misurare il lato del quadrato se vogliamo che l'area della stella sia pari a 36 m²?

# Circonferenza e cerchio

**Per ognuna delle seguenti affermazioni ed espressioni indica se è vera o falsa, motivando la risposta:**

**1.** dati due punti esistono infinite circonferenze che li contengono **V F**

**2.** una circonferenza è invariante per rotazioni centrate nel suo centro **V F**

**3.** in una circonferenza, se due corde sono parallele, allora devono per forza essere disuguali **V F**

**4.** in una circonferenza l'asse di una corda passa sempre per il centro **V F**

**5.** in una circonferenza, se una corda è congruente a un'altra, allora anche l'arco che sottende la prima è congruente a quello che sottende la seconda **V F**

**6.** un angolo alla circonferenza di 130° corrisponde a un angolo al centro concavo **V F**

**7.** una corda in un cerchio può individuare due segmenti circolari o nessuno **V F**

**8.** due circonferenze una interna all'altra non hanno punti in comune **V F**

**9.** due circonferenze possono avere da nessuna a quattro tangenti comuni **V F**

**10.** un triangolo che abbia due vertici su una circonferenza e il terzo all'interno deve essere per forza ottusangolo **V F**

**Individua la risposta esatta, motivando la tua scelta.**

**11.** Se due cerchi hanno tre punti in comune allora è certamente vero che:
- **a.** coincidono
- **b.** sono uno interno all'altro
- **c.** le corrispondenti circonferenze coincidono
- **d.** hanno infiniti punti in comune
- **e.** potrebbero essere esterne

**12.** Se due segmenti circolari a una base sono congruenti, allora:
- **a.** devono sicuramente essere contenuti nello stesso cerchio
- **b.** possono essere contenuti in cerchi congruenti o nello stesso cerchio
- **c.** sono per forza due semicerchi
- **d.** due segmenti circolari a una base non possono essere congruenti
- **e.** nessuna delle precedenti è vera

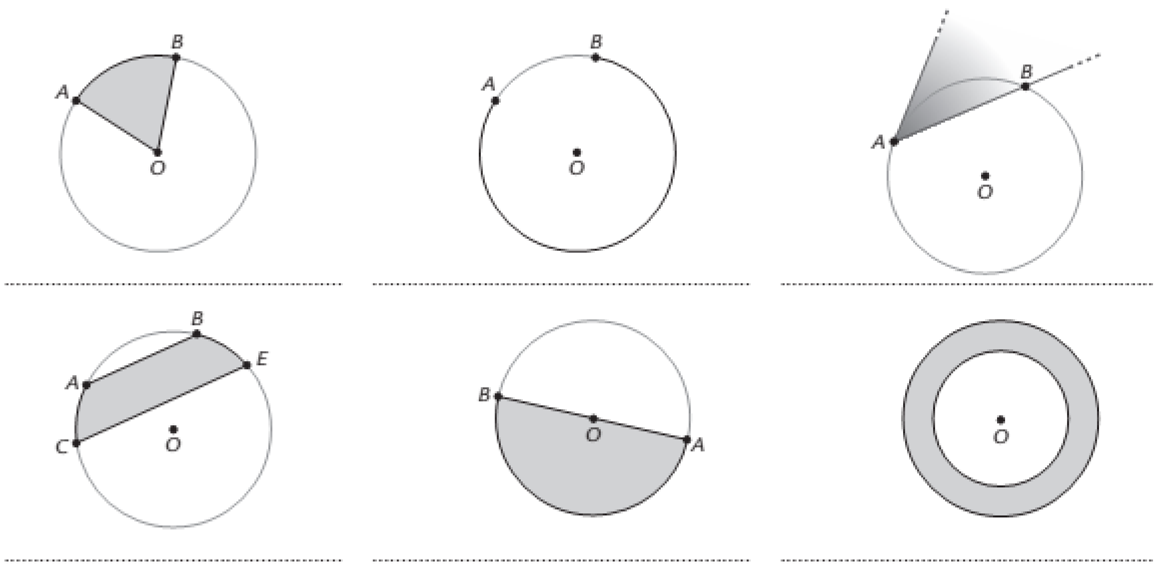
**13.** Data una circonferenza e un punto $P$ interno a essa:
- **a.** qualsiasi circonferenza passi per $P$ deve intersecare la circonferenza data in un solo punto
- **b.** qualsiasi circonferenza passi per $P$ coincide con la circonferenza data
- **c.** qualsiasi circonferenza passi per $P$ deve intersecare la circonferenza data in due punti distinti
- **d.** qualsiasi circonferenza passi per $P$ è interna alla circonferenza data
- **e.** nessuna delle precedenti è vera

**14.** Se due corde di una circonferenza sono diseguali, allora:

**a.** la maggiore ha anche distanza maggiore dal centro
**b.** potrebbero avere la stessa distanza dal centro
**c.** la minore ha distanza dal centro minore
**d.** nessuna delle due può essere un diametro
**e.** la minore ha distanza dal centro maggiore

**15.** Un angolo alla circonferenza:
**a.** non può essere retto
**b.** non può essere ottuso
**c.** non può avere lati tangenti alla circonferenza
**d.** non può essere concavo
**e.** nessuna delle precedenti è vera

**16.** Individua le figure evidenziate nelle illustrazioni seguenti:




**17.** Determina il valore di ciascuno degli angoli segnati in **figura 1**.

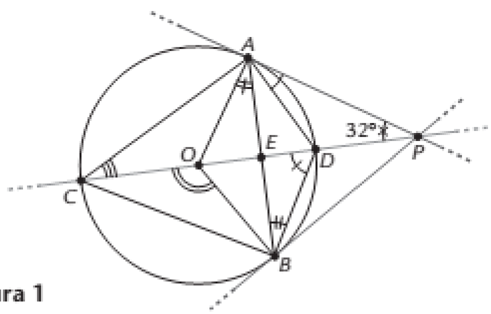


Figura 1

**18.** Con riferimento alla **figura 2**, si sa che la differenza tra i raggi delle due circonferenze concentriche è di 20 cm, mentre il perimetro del quadrilatero tratteggiato è di 68 cm. Determina le misure dei raggi delle circonferenze e l’area del quadrilatero.

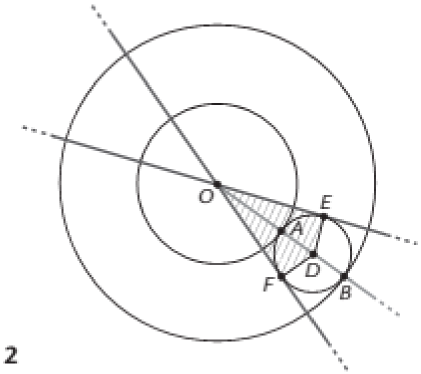



Figura 2

**19.** Con riferimento alla **figura 3**, dimostra che i punti $F$, $C$ e $H$ sono allineati.

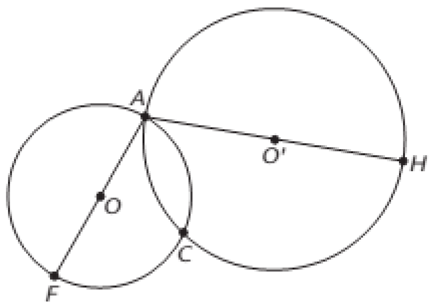



Figura 3

**20.** Data una circonferenza, considera le tangenti a essa condotte dagli estremi di uno stesso diametro. Considera poi una parallela al diametro che incontri le due tangenti nei punti $P$ e $Q$ e la circonferenza nei punti $H$ e $K$. Dimostra che il segmento $PQ$ e il segmento $HK$ hanno lo stesso punto medio.

# Complementi di geometria

**Per ognuna delle seguenti affermazioni ed espressioni indica se è vera o falsa, motivando la risposta:**

**1.** il numero $\pi$ non è un numero razionale **V F**

**2.** non è vero che per ogni triangolo esistono la circonferenza inscritta e circoscritta **V F**

**3.** il lato di un triangolo equilatero circoscritto ad una circonferenza di raggio $r$ misura $r\sqrt{3}$ **V F**

**4.** la misura della lunghezza di una circonferenza di raggio $r$ è direttamente proporzionale a $r$ **V F**

**5.** il baricentro di un triangolo equilatero coincide con il centro delle circonferenze inscritta e circoscritta **V F**

**6.** in una circonferenza di raggio $r$ la misura della lunghezza di un arco è direttamente proporzionale all'ampiezza dell'angolo al centro corrispondente **V F**

**7.** in circonferenze diverse le misure delle lunghezze di archi corrispondenti ad angoli al centro congruenti sono inversamente proporzionali ai raggi **V F**

**8.** il rapporto tra le lunghezze di circonferenze differenti e i rispettivi diametri è costante **V F**

**9.** tramite la proporzione $\pi r^2 : x = \alpha : 180$ è possibile calcolare l'area $x$ di un settore circolare, conoscendo l'ampiezza $\alpha$ dell'angolo al centro corrispondente e il raggio $r$ della circonferenza **V F**

**10.** i triangoli circoscritti alla stessa circonferenza sono tutti fra loro equivalenti **V F**

**11.** Calcola area e perimetro della parte di piano evidenziata in grigio in **figura 1**, sapendo che la circonferenza ha raggio pari a 2 cm e gli esagoni sono regolari e hanno i lati paralleli.

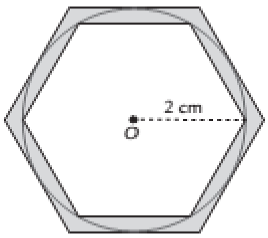



**Figura 1**

**12.** Determina area e perimetro della parte di piano evidenziata in grigio in **figura 2**, sapendo che $\overline{BC} = \overline{CD} = 3\overline{AB} = 3\overline{DE}$, $\overline{FG} = \frac{5}{3}\,\overline{GH}$ e che il lato del quadrato misura $a$.

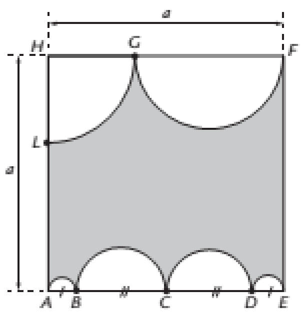



**Figura 2**

**13.** Con riferimento alla **figura 3**, determina aree e perimetri delle regioni di piano evidenziate con le tonalità di grigio diverse, assumendo che il raggio della circonferenza più grande sia pari a $r$.

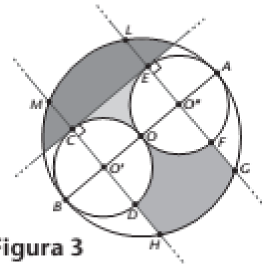


Figura 3

**14.** In **figura 4** è rappresentata in scala la piantina di un terreno rettangolare, occupato in parte da uno specchio d'acqua e in parte da prato. Le due parti sono separate dalla strada bianca. Assumendo che ogni quadratino abbia lato pari a 6 m, calcola quale volume d'acqua riempirà lo specchio d'acqua profondo 15 cm e quanta ghiaia dovrà essere stesa sulla strada, se per ogni metro quadro di superficie ne sono necessari 25 kg.

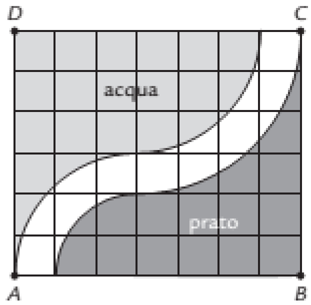


Figura 4

**15.** Un trapezio rettangolo ha un angolo di 120°, perimetro pari a $\left(12 + 8\sqrt{3}\right)$cm ed è circoscritto a una circonferenza. Determina il raggio della circonferenza e l'area del trapezio.

# Omotetie e similitudini

**Per ognuna delle seguenti affermazioni ed espressioni indica se è vera o falsa, motivando la risposta:**

**1.** un'omotetia è una similitudine **V F**

**2.** un'omotetia trasforma un poligono in un altro a esso simile **V F**

**3.** un'omotetia conserva il parallelismo, ma solo se è diretta **V F**

**4.** un'omotetia con $k = -1$ è una simmetria centrale **V F**

**5.** le isometrie sono similitudini **V F**

**6.** dati due segmenti, esiste sempre un'omotetia che trasforma l'uno nell'altro **V F**

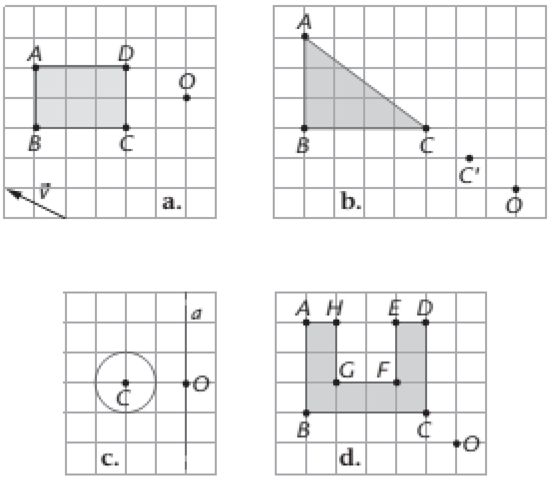
**7.** dati due segmenti, esiste sempre una similitudine che trasforma l'uno nell'altro **V F**

**8.** se due figure sono omotetiche a una terza, lo sono anche fra loro **V F**

**9.** se un triangolo ha area 3, il suo corrispondente in un'omotetia di rapporto $-2$ ha area 6 **V F**

**10.** componendo una rotazione e una simmetria assiale si ottiene una similitudine **V F**

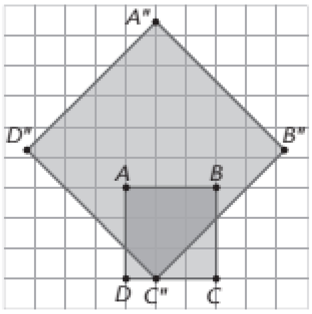
**11.** Per ognuna delle seguenti figure geometriche, costruisci la loro trasformata rispetto alla trasformazione indicata sotto (componile nell'ordine in cui sono scritte).



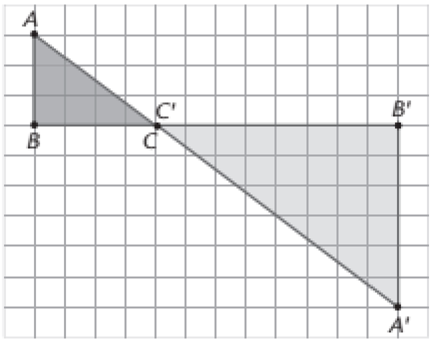

**a.** omotetia di centro $O$ e rapporto $-2$ e traslazione di vettore $\vec{v}$
**b.** omotetia di centro $O$ e rapporto $\frac{1}{2}$ e rotazione oraria di 90° attorno a $C'$
**c.** simmetria assiale di asse $a$ e omotetia di centro $O$ e rapporto 3
**d.** simmetria di centro $O$ e omotetia di centro $O$ e rapporto $-2$

**12.** Per ogni coppia di figure trova una trasformazione (omotetia o similitudine) che associa una all'altra.

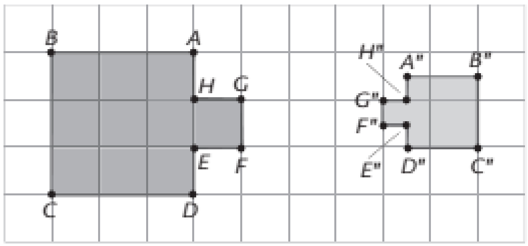
**a.**




**b.**




**c.**




**13.** Dato il quadrilatero di vertici $A(1;0)$, $B(5;1)$, $C(5;4)$ e $D(1;3)$:

**a.** applicagli la similitudine che si ottiene componendo l'omotetia di centro $O$ e rapporto 2 con la traslazione di vettore $\vec{v}(-1;2)$ e determina le coordinate dei vertici del suo trasformato;

**b.** calcola area e perimetro dei due quadrilateri e deduci in che rapporto stanno;

**c.** applica al quadrilatero di partenza la trasformazione che si ottiene scambiando l'ordine delle due trasformazioni precedenti e stabilisci se il quadrilatero finale è lo stesso ottenuto al punto a.

**14.** Sono dati i triangoli $ABC$ e $A'B'C'$ di vertici $A(2;5)$, $B(2;2)$, $C(6;2)$, $A'(-4;10)$, $B'(-4;4)$ e $C'(-12;4)$. Individua almeno due similitudini che trasformano il primo nel secondo e scrivine le equazioni.

**15.** Luca e Stefano devono ritagliare un cartoncino bianco per fare da passepartout a una cornice pentagonale regolare. Costruiscono il pentagono esterno e lo ritagliano, ma poi si pone il problema di come «centrare» quello interno. A Luca viene in mente di congiungere ciascun vertice con il centro e riportare su ciascun raggio a partire da esso sempre la stessa lunghezza. Stefano non è convinto che i lati del poligono interno così vengano paralleli. Chi ha ragione? Dimostralo usando le similitudini.

**16.** Dato un quadrilatero inscrivibile in una circonferenza, costruisci un quadrilatero simile a quello dato e inscritto in una data circonferenza. Domanda: è meglio che le due circonferenze siano concentriche? Dimostra il ragionamento seguito.

# Poligoni inscritti e circoscritti

**Per ognuna delle seguenti affermazioni ed espressioni indica se è vera o falsa, motivando la risposta:**

**1.** un rettangolo è sempre circoscrivibile a una circonferenza ma mai inscrivibile **V F**

**2.** un rombo è sempre inscrivibile e circoscrivibile a una circonferenza **V F**

**3.** i lati di un poligono circoscritto a una circonferenza sono congruenti a due a due **V F**

**4.** gli angoli di un poligono inscritto in una circonferenza sono supplementari a due a due **V F**

**5.** i poligoni regolari sono sempre inscrivibili e circoscrivibili a una circonferenza **V F**

**6.** un poligono regolare ha sempre un centro di simmetria **V F**

**7.** un poligono regolare ha sempre tanti assi di simmetria quanti sono i lati **V F**

**8.** in un triangolo ottusangolo l'ortocentro è esterno **V F**

**9.** in un triangolo l'incentro è sempre interno **V F**

**10.** due segmenti consecutivi ma non adiacenti individuano sempre una circonferenza **V F**

**Individua la risposta esatta, motivando la tua scelta.**

**11.** Un trapezio isoscele:
- **a.** è sempre inscrivibile in una circonferenza
- **b.** è sempre circoscrivibile a una circonferenza e la sua altezza è pari al raggio
- **c.** è sempre circoscrivibile a una circonferenza e la sua altezza è pari al diametro
- **d.** in alcuni casi non è circoscrivibile
- **e.** nessuna delle precedenti è vera

**12.** Il baricentro di un triangolo:
- **a.** è un punto interno al triangolo solo se questo è acutangolo
- **b.** in un triangolo rettangolo giace su di un lato
- **c.** in un triangolo ottusangolo è esterno
- **d.** divide le bisettrici del triangolo in due parti di cui una doppia dell'altra
- **e.** divide le mediane del triangolo in due parti di cui una doppia dell'altra

**13.** Dato un triangolo, se per ogni vertice tracciamo la parallela al lato opposto, tali rette individuano:
- **a.** un triangolo che ha il baricentro nell'incentro del triangolo di partenza
- **b.** un triangolo che ha l'incentro nel baricentro del triangolo di partenza
- **c.** un triangolo che ha l'ortocentro nel circocentro del triangolo di partenza
- **d.** un triangolo che ha il circocentro nell'ortocentro del triangolo di partenza
- **e.** un triangolo che ha lo stesso ortocentro del triangolo di partenza

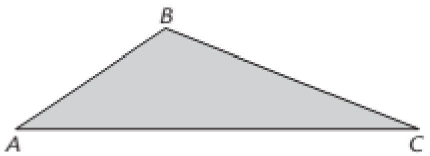
**14.** L'apotema di un poligono regolare è:
- **a.** il raggio della circonferenza circoscritta
- **b.** il raggio della circonferenza inscritta
- **c.** la bisettrice di un angolo interno
- **d.** la distanza tra il centro di simmetria e un vertice

**e.** la distanza tra il centro di simmetria e un lato

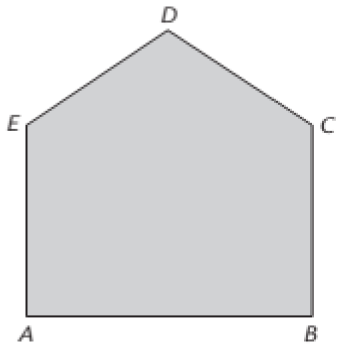
**15.** Un quadrilatero concavo:
**a.** è certamente inscrivibile in una circonferenza
**b.** è certamente circoscrivibile a una circonferenza
**c.** non è mai inscrivibile in una circonferenza, ma potrebbe essere circoscrivibile
**d.** non è mai circoscrivibile a una circonferenza, ma potrebbe essere inscrivibile
**e.** nessuna delle precedenti è vera

**16.** Aiutandoti anche con riga e compasso, stabilisci se i poligoni seguenti sono o meno inscrivibili e circoscrivibili a una circonferenza. In caso affermativo disegna le circonferenze in cui si possono inscrivere e/o circoscrivere.

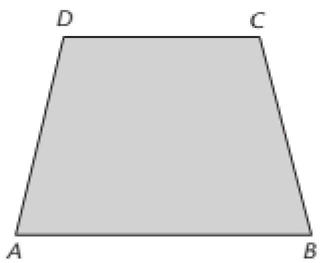
**a.**



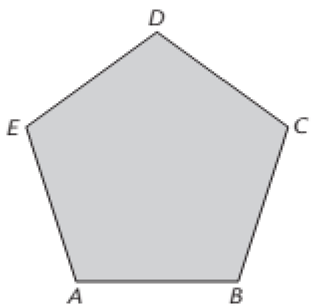

**b.**




**c.**




**d.**



**17.** Con riferimento alla **figura 1**, determina il valore degli angoli evidenziati.

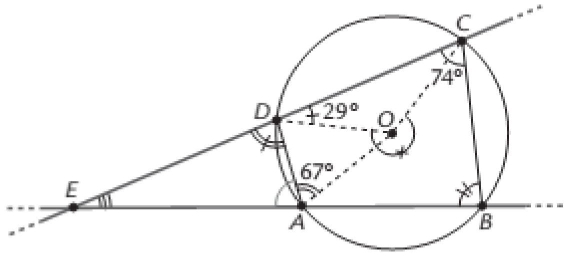



Figura 1

**18.** In **figura 2**, il trapezio isoscele ha i lati obliqui di lunghezza *l* e il raggio della circonferenza è *r*. Sapendo che i punti di tangenza dividono ciascun lato obliquo in due parti di cui una è tripla dell'altra, determina il perimetro e l'area del trapezio.

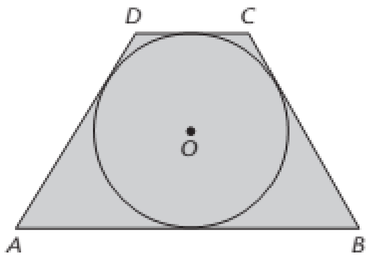



Figura 2

**19.** In **figura 3**, il triangolo *ABC* ha gli angoli acuti e *AH* e *BK* sono due sue altezze.
Dimostra che il quadrilatero *CKPH* è inscrivibile.

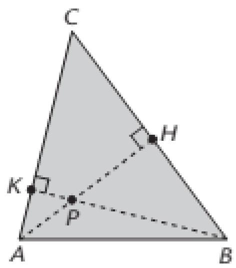



Figura 3

**20.** Dimostra che in un esagono regolare le tre diagonali che partono dallo stesso vertice lo dividono in quattro triangoli a due a due congruenti, due isosceli e due rettangoli.

# Rette nel piano cartesiano

**Individua la risposta esatta, motivando la tua scelta.**

**1.** Nel piano cartesiano l'insieme $\left\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 | x > -3 \wedge y \leq \frac{5}{2}\right\}$ costituisce:
- **a.** due rette perpendicolari
- **b.** una striscia compresa tra due rette parallele
- **c.** un semipiano privato di una retta
- **d.** un angolo retto privato di un lato
- **e.** un quadrilatero

**2.** La retta passante per l'origine e formante con il semiasse positivo delle $x$ un angolo pari a 45° ha equazione:
- **a.** $45y - x = 0$
- **b.** $y = 45x$
- **c.** $x - y = 0$
- **d.** $y - 45 = 0$
- **e.** $y = x + \frac{\pi}{4}$

**3.** Quale delle seguenti rette è parallela alla retta di equazione $6x - 3y + 5 = 0$ e passa per il punto $A(-2; 5)$?
- **a.** $y = 6x + 17$
- **b.** $y = 2x - 1$
- **c.** $y = -6x - 7$
- **d.** $2x - y + 9 = 0$
- **e.** $y = \frac{1}{2}x + 6$

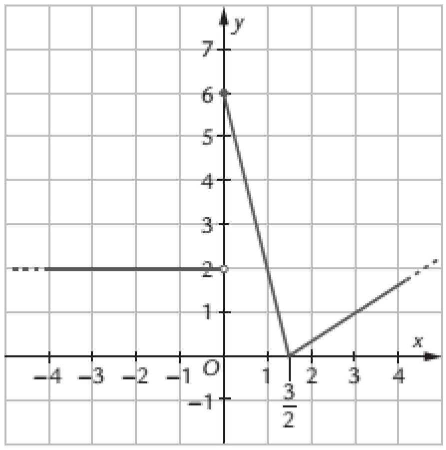
**4.** La retta di equazione $2x - 5y + 10 = 0$
- **a.** passa per il punto $A\left(1; -\frac{12}{5}\right)$
- **b.** ha coefficiente angolare $-5$
- **c.** è parallela alla retta di equazione $y = \frac{5}{2}x - 3$
- **d.** è perpendicolare alla retta di equazione $y = -\frac{5}{2}x - 3$
- **e.** è parallela alla retta di equazione $y = -\frac{5}{2}x - 3$

**5.** Quale delle seguenti equazioni rappresenta il fascio di rette centrato nel punto $P(6, -9)$?
- **a.** $y = mx + 15$
- **b.** $mx - y = 6m + 9$
- **c.** $mx - y = 15 + 6m$
- **d.** $y + 9 = mx + 6m$
- **e.** $y - 9 = mx + 6m$

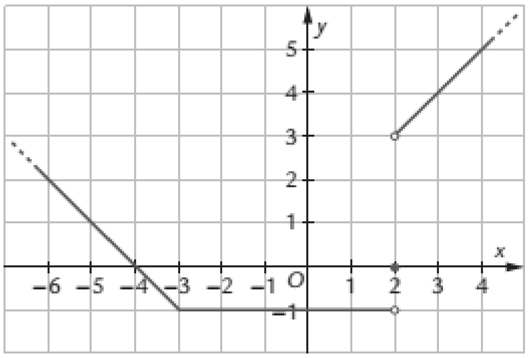
**6.** Rappresenta graficamente la seguente funzione lineare a tratti:

$$f(x) = \begin{cases} -x + 3 & \text{se} \quad x \leq 2 \\ 2x + 5 & \text{se} \quad 2 < x \leq 5. \\ 3 & \text{se} \quad x > 5 \end{cases}$$

**7.** Ricava l'espressione analitica delle funzioni rappresentate dai seguenti grafici:



a.



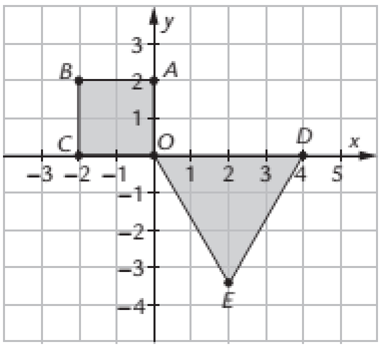
b.

**8.** Rappresenta graficamente la regione di piano individuata dal seguente sistema e determina in seguito l'area e il perimetro della figura piana ottenuta.

$$\begin{cases} x - y + 2 \geq 0 \\ 3x - 4y - 12 \leq 0 \\ 2y + x - 4 \leq 0 \\ 3x + 2y + 6 \geq 0 \end{cases}$$

**9.** In figura sono rappresentati un quadrato e un triangolo equilatero. Determina quanto segue:

**a.** la rappresentazione analitica di entrambi i poligoni;
**b.** l'area e il perimetro del poligono $ABCED$;
**c.** la rappresentazione analitica dello stesso poligono;
**d.** la distanza di $E$ dalla retta su cui giace la diagonale $AC$ del quadrato.




**10.** Di un triangolo sono noti i vertici $A(-1,-1)$, $B(2,1)$ e l'ortocentro $H(0,1)$. Determina:

**a.** le coordinate del terzo vertice $C$;
**b.** perimetro e area;

**c.** le coordinate di un punto $D$, tale per cui il quadrilatero $ABCD$ sia un trapezio rettangolo.

**11.** Sono date le rette di equazioni: $3x - 2y + k - 2 = 0$, dove $k$ varia nell'insieme dei numeri reali.

**a.** Quale caratteristica hanno in comune tali rette?

**b.** Determina il valore di $k$ corrispondente alla retta passante per l'origine.

**c.** Determina il valore di $k$ per il quale la retta ottenuta interseca l'asse $y$ nel punto di ordinata 5.

**12.** Un'orchestra deve organizzare un'uscita di tre giorni per due concerti e chiede a tre ditte di autotrasporti un preventivo per il trasporto dei musicisti e degli strumenti, ricevendo le seguenti risposte:

- la ditta A propone un costo fisso giornaliero di 400 euro;
- la ditta B propone un costo giornaliero di 200 euro più 60 centesimi per ogni km percorso;
- la ditta C propone un costo giornaliero di 100 euro più 80 centesimi per ogni km percorso.

Se il percorso totale dei tre giorni è stato stimato in circa 950 km, quale dei tre preventivi è il più conveniente?

# Teoremi di Pitagora e di Euclide

**Per ognuna delle seguenti affermazioni ed espressioni indica se è vera o falsa, motivando la risposta:**

**1.** il teorema di Pitagora è condizione necessaria e sufficiente **V F**

**2.** data una terna pitagorica è possibile trovarne infinite altre moltiplicando i tre numeri per lo stesso numero **V F**

**3.** in un triangolo rettangolo il quadrato che ha per lato la proiezione di un cateto sull'ipotenusa è equivalente alla differenza tra il quadrato costruito sul cateto stesso e il quadrato costruito sull'altezza relativa all'ipotenusa **V F**

**4.** se *l* è il lato di un triangolo equilatero, allora l'area misura $A = \frac{l^2}{4}\sqrt{3}$ **V F**

**5.** se i lati di un triangolo misurano rispettivamente 10 cm, 11 cm e 12 cm, il triangolo è rettangolo **V F**

**6.** il raggio della circonferenza inscritta in un triangolo equilatero di lato *l* misura $r = \frac{\sqrt{3}}{3}l$ **V F**

**7.** in un triangolo rettangolo, se si conoscono le misure delle proiezioni dei cateti sull'ipotenusa $p_1$ e $p_2$, è possibile calcolarne l'area con la formula $A = \frac{(p_1+p_2)\sqrt{p_1 p_2}}{2}$ **V F**

**8.** in un esagono regolare è possibile calcolare il perimetro conoscendo solo le misure delle diagonali minore e maggiore **V F**

**9.** un triangolo isoscele con il lato di 12 cm e la base di 26 cm deve avere altezza relativa alla base di 5 cm **V F**

**10.** se in un triangolo rettangolo i lati misurano rispettivamente 3 cm, 4 cm e 5 cm, anche la misura dell'altezza relativa all'ipotenusa è un numero intero **V F**

**11.** Come si può esprimere l'area del quadrato **C** di **figura 1** in termini delle aree dei quadrati **A** e **B**?

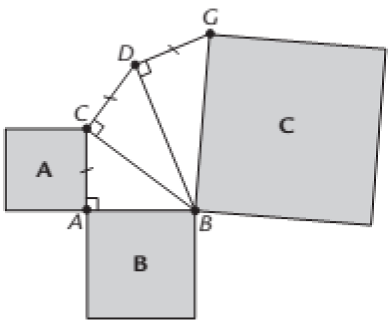



Figura 1

**12.** Riferendoti alla **figura 2**, dove $D$ è il punto medio del cateto $AB$, dimostra che $\overline{BC}^2 = \overline{CE}^2 - \overline{AE}^2$.

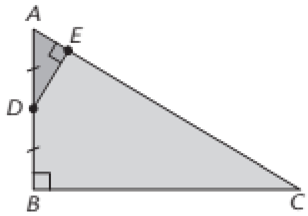



Figura 2

**13.** Data una circonferenza, traccia le tangenti passanti per gli estremi di un diametro e una terza tangente qualsiasi. Dimostra che il quadrato costruito sul raggio è equivalente al rettangolo che ha per dimensioni i due segmenti in cui la terza tangente risulta suddivisa dal punto di contatto e dai due punti di intersezione con le altre due rette.

**14.** Un trapezio $ABCD$ ha gli angoli adiacenti alla base maggiore tali che $\hat{A} = 60°$ e $\hat{B} = 45°$, l'altezza $CH$ misura $a$ e la base minore misura $\frac{2\sqrt{3}}{3}a$. Determina area e perimetro del trapezio.

**15.** In un triangolo rettangolo con i cateti che misurano rispettivamente 5 m e 12 m, quanto dista dai lati il punto medio dell'altezza relativa all'ipotenusa?

**16.** Una scala appoggiata a un muro arriva a un'altezza $h$. Se la si abbassa di una lunghezza pari a $\frac{1}{5}h$, la distanza del suo il piede dal muro si moltiplica per $\frac{3}{2}$. Quanto è lunga la scala?

# Equazioni di secondo grado e parabola

**Individua la risposta esatta, motivando la tua scelta.**

**1.** Se il quadrato di un numero è uguale all'opposto del numero stesso, allora:
- **a.** il numero dato non può essere reale
- **b.** il numero dato può essere negativo o nullo
- **c.** il numero dato può essere solo 0
- **d.** il numero dato è sicuramente reale e positivo
- **e.** non esiste un numero che goda di tale proprietà

**2.** Se in un'equazione di secondo grado manca il termine noto, allora:
- **a.** l'equazione non ha soluzioni reali
- **b.** l'equazione ha due soluzioni coincidenti
- **c.** l'equazione ha sicuramente il discriminante positivo
- **d.** l'equazione ha sicuramente il discriminante non negativo
- **e.** l'equazione ha sicuramente il discriminante nullo

**3.** Un'equazione di secondo grado $ax^2 + bx + c = 0$ ha una radice uguale a 1 e l'altra diversa da 1, il secondo coefficiente positivo e il terzo negativo.
- **a.** Spiega perché il trinomio $y = ax^2 + bx + c$ può essere rappresentabile graficamente con una parabola simile a una delle due riportate in **figura 1**, indicando in particolare in quale caso si ha la situazione corrispondente alla parabola disegnata con linea continua e in quale quella con linea tratteggiata.
- **b.** Spiega perché nel primo caso si ha $x_2 > 0$ e nel secondo $x_1 < 0$.
- **c.** Spiega, infine in merito a quali considerazioni sono stati rappresentati i vertici delle parabole proprio in quelle posizioni.

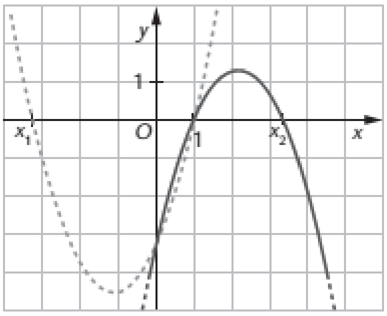



**Figura 1**

**4.** Risolvi e, all'occorrenza discuti, le seguenti equazioni di secondo grado:
- **a.** $\left(\frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \left(\sqrt{2} + 1\right)x$
- **b.** $\frac{4x^2-10x-15}{x^2-7x+12} = \frac{9}{x-3} + \frac{7}{x-4}$
- **c.** $(k^2 - 1)(x^2 + 1) = 2x(k^2 + 1)$
- **d.** $\frac{2ax-a^2}{x^2-1} = 1$

**5.** Semplifica la seguente frazione algebrica:

$$\frac{(4x^2 - 4x - 3)(x^2 - 1)}{(2x^3 + x^2)(2x^2 - 5x + 3)}$$

**6.** Data l'equazione $kx^2 - 2(k - 1)x + k - 3 = 0$, determina $k$ affinché essa ammetta:

**a.** radici reali;
**b.** radici reali e opposte;
**c.** radici reali e con prodotto pari a $-1$;
**d.** radici reali per cui la somma coincida con il prodotto.

**7.** Nelle **figure 2** e **3** sono rispettivamente riportati:

- il triangolo $ABC$ rettangolo e isoscele, in cui è stato considerato un punto $P$ sul lato $AB$, a distanza $x$ da $A$; è stata tracciata la perpendicolare per $P$ ad $AB$, che incontra $BC$ in $D$ e la perpendicolare ad $AC$ per $D$, che incontra $AC$ in $E$; è stata inoltre indicata con $d$ la misura della diagonale del rettangolo $APDE$;
- la parabola in cui la parte evidenziata rappresenta la funzione $y = d^2(x)$.

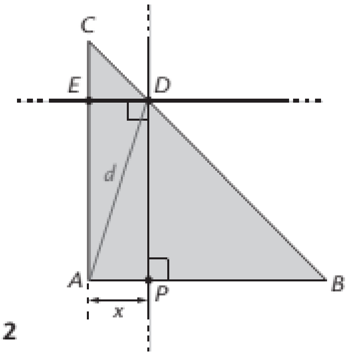


Figura 2

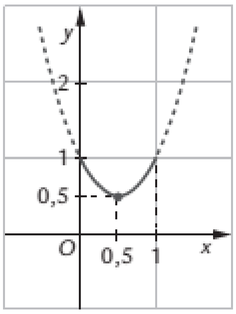
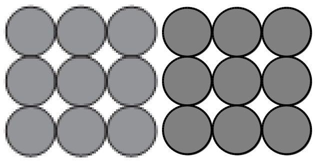


Figura 3

Utilizzando i riferimenti indicati sul grafico della funzione, ricava le misure dei lati del triangolo.

**8.** Luca possiede un certo numero di monete da 1 euro. Disponendole a formare un quadrato, come nell'esempio riportato in figura 4, ne avanza 8; se ne possedesse il doppio invece potrebbe formare esattamente un quadrato, il cui lato sarebbe di 4 monete in più rispetto al precedente, senza avanzarne. Può, con le monete a sua disposizione, Luca acquistare uno zaino da 69 euro?

**Figura 4**



**9.** Considerato il quadrato $ABCD$ di lato 1, prendi un punto $P$ sul lato $BC$ e prolunga il segmento $AP$, dalla parte di $A$, di un segmento $AQ$ di pari lunghezza. Determina la posizione di $P$, affinché sia verificata la relazione $\overline{BQ}^2 + \overline{CQ}^2 = \frac{21}{2}$.

# Equazioni di grado superiore al secondo

**Fila A**

**Per ognuna delle seguenti affermazioni ed espressioni indica se è vera o falsa, motivando la risposta.**

**10.** un'equazione di quinto grado può avere tre soluzioni reali distinte e altre due coincidenti **V F**

**11.** l'equazione $(2x^2 - 1)^2 = (-2)^2$ ammette quattro soluzioni reali distinte **V F**

**12.** se $P(x)$ è un polinomio di terzo grado, allora l'equazione $P(x) = 0$ ha sicuramente tre soluzioni reali **V F**

**13.** un' equazione del tipo $ax^{12} + bx^6 = 0$ ha soluzioni reali per ogni valore di $a$ e $b$ **V F**

**14.** in alcuni casi un'equazione di quarto grado può ammettere cinque soluzioni reali **V F**

**15.** se la funzione $y = f(x)$ è un polinomio di sesto grado, allora il suo grafico deve intersecare l'asse delle ascisse almeno due volte **V F**

**16.** se la funzione $y = f(x)$ è un polinomio di quinto grado, allora il suo grafico deve intersecare l'asse delle ascisse almeno una volta **V F**

**17.** se un'equazione di grado pari ammette una soluzione reale, allora tutte le altre devono essere pure reali **V F**

**18.** se in un'equazione la somma dei coefficienti è pari a 0, allora $-1$ è sicuramente soluzione **V F**

**19.** l'equazione $x^4 + x^2 + k = 0$ ammette sicuramente soluzioni reali, se $k \leq 0$ **V F**

**20.** Nelle **figure 1**, **2**, **3**, **4** e **5** sono riportati i grafici delle seguenti funzioni polinomiali. Associa a ogni grafico l'espressione analitica, motivando la tua scelta.

**a.** $y = f_1(x) = x^4 - 4x^3 - 4x^2 + 16x$
**b.** $y = f_2(x) = x^5 - 1$
**c.** $y = f_3(x) = x^6 + 7x^3 - 8$
**d.** $y = f_4(x) = 2x^3 + 7x^2 + 7x + 2$
**e.** $y = f_5(x) = x^6 + 1$

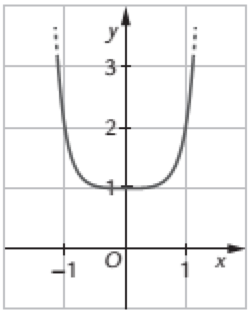



Figura 1

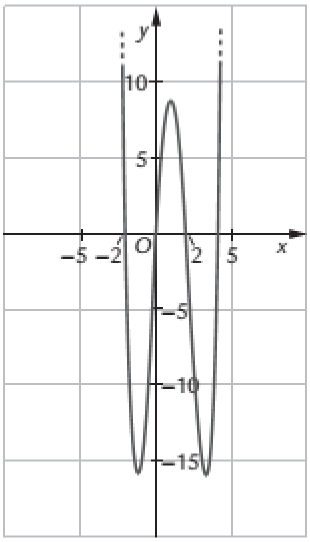



Figura 2

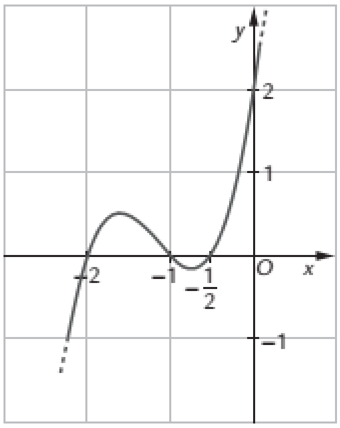



Figura 3

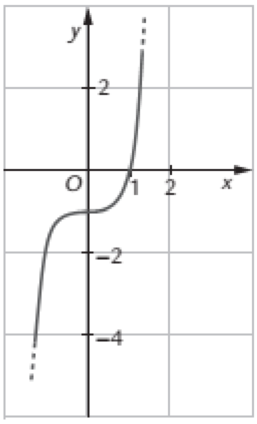



Figura 4

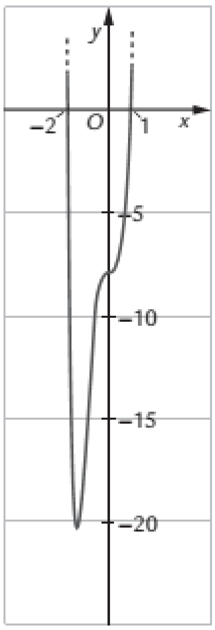



Figura 5

**21.** Data la frazione algebrica $\frac{x^4-13x^2+36}{x^3+x^2-4x-4}$, rispondi ai seguenti quesiti.

- **f.** Per quali valori di *x* essa esiste?
- **g.** Per quali valori di *x* essa si annulla?
- **h.** Riducila ai minimi termini.
- **i.** Esistono valori di *x* per cui il numeratore e il denominatore sono uguali?

**Risolvi e discuti all'occorrenza le seguenti equazioni.**

**22.** $x^8 - 82x^4 + 81 = 0$

**23.** $\frac{2}{x^3+1} - 1 = \frac{2}{x^6+x^3} - \frac{1}{x^3}$

**24.** $(x^2 - 3x + 2)^4 = 16$

**25.** $12x^4 - 8x^3 - 7x^2 + 2x + 1 = 0$

**26.** $\left(\frac{x^2+1}{x}\right)^2 + \frac{x^2+1}{x} - 2 = 0$

**27.** $2 - x - \frac{x}{x+1} = \frac{x^2 - 4x^4 + 7}{4 + 4x}$

**28.** Qual è il grado minimo di un'equazione che ha come soluzioni 1, con molteplicità 2, 2, con molteplicità 3 e 3, con molteplicità 1? Scrivine una a tua scelta che soddisfi tali caratteristiche.

**29.** Una piramide retta a base quadrata di lato 2 e di altezza 2 viene sezionata con un piano parallelo alla base che si trova a distanza $x$ dalla base stessa, individuando così un tronco di piramide. In **figura 6** è riportato il grafico della funzione $y = f(x)$, che rappresenta il volume del tronco di piramide. Rispondi ai seguenti quesiti.

**j.** Scrivi l'equazione di $y = f(x)$.

**k.** Quanto vale esattamente l'ordinata del punto $A$ sul grafico?

**l.** Perché $f(0) = 0$?

**m.** Determina per quale valore di $x$ il volume del tronco di piramide è pari a $\frac{7}{8}$ di quello della piramide di partenza, rappresentando anche il punto corrispondente sul grafico.

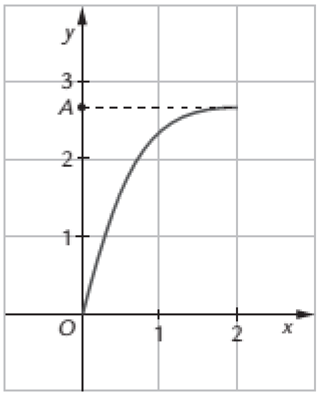



Figura 6

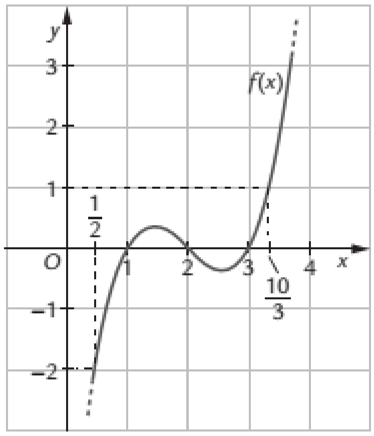
# Disequazioni di secondo grado e di grado superiore

**Per ognuna delle seguenti affermazioni ed espressioni indica se è vera o falsa, motivando la risposta.**

1. una disequazione di secondo grado con $\Delta < 0$ non ha soluzioni **V F**
2. la disequazione $-x^4 \geq 0$ ha una sola soluzione **V F**
3. in una disequazione del tipo $ax^2 + bx + c > 0$ con $\Delta > 0$ l'insieme delle soluzioni ha sicuramente infiniti elementi **V F**
4. nella disequazione $\frac{2x-3}{x^4+5} \leq 0$ possiamo trascurare il denominatore **V F**
5. una disequazione di secondo grado con $\Delta = 0$ può avere una sola soluzione **V F**
6. la disequazione $-3x^4 - \frac{2}{3}x^2 - (2x-3)^2 > 0$ non ha soluzioni **V F**
7. il sistema $\begin{cases} x^3 \geq 0 \\ x^4 \geq 0 \\ x^2 < 0 \end{cases}$ ha una sola soluzione **V F**
8. se $y = f(x)$ è una funzione polinomiale di grado dispari, la disequazione $f(x) < 0$, ha sicuramente soluzioni **V F**
9. la disequazione $\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^3 > 0$ è equivalente alla disequazione $\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^5 > 0$ **V F**
10. la disequazione $10x^2 - a \leq 0$ ha soluzioni solo se $a \leq 0$ **V F**

**Risolvi le disequazioni date, deducendo le soluzioni dai rispettivi grafici.**

**11.**




**a.** $f(x) \geq 0$ ……………………..

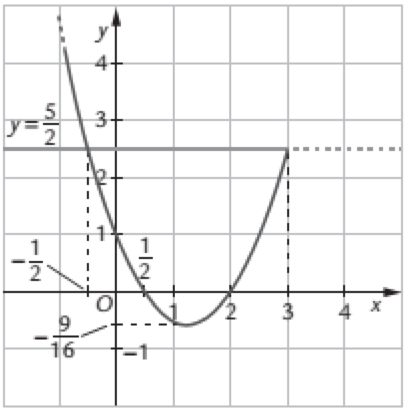
**b.** $f(x) \leq -2$ ……………………..

**c.** $f(x) < 1$ ……………………..

**d.** $f(x) \geq -2$ ……………………..

**e.** $-2 < f(x) \leq 0$ ……………………..

**12.**




**a.** $f(x) > 0$ ……………………...

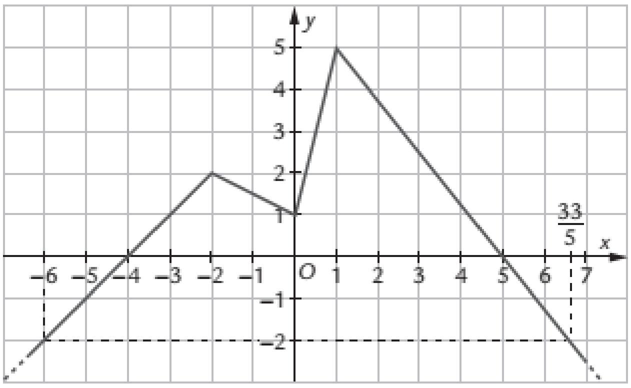
**b.** $f(x) > \frac{5}{2}$ ……………………...

**c.** $f(x) \leq \frac{5}{2}$ ……………………...

**d.** $f(x) < -\frac{9}{16}$ ……………………...

**e.** $f(x) < 0$ ……………………...

**13.**




**a.** $f(x) \geq 0$ ……………………...

**b.** $-2 \leq f(x) < 0$ ……………………...

**c.** $f(x) \geq 5$ ……………………...

**d.** $f(x) < -2$ ……………………...

**e.** $f(x) \geq 6$ ……………………...

**Risolvi le seguenti disequazioni e scrivi l'insieme delle soluzioni.**

**14.** $\frac{5-(3-x)^2}{4} + \frac{(2x-1)(x-3)}{2} - \frac{1}{6} \leq \frac{(2x-1)(x-2)}{3} + \frac{(2-x)(x+3)}{6}$

**15.** $(x^4 - 2x^2 + 1)(x^4 - x^3)(27x^3 + 8)(25 - x^2) < 0$

**16.** $\frac{-2-3x+5x^2}{3x^2+5x-2} < 0$

**17.** $\frac{15x^2}{6x^2+24x+24} - \frac{1}{3} \geq \frac{x}{3x+6} - \frac{x}{6x+12}$

**Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni e scrivi l'insieme delle soluzioni.**

**18.** $\begin{cases} \frac{2x+1}{x^2-4x+4} \geq 0 \\ 2x^2 - x + 3 > 0 \end{cases}$

**19.** $\begin{cases} 2x^2 + 3x - 27 > 0 \\ x\frac{x-5}{5} < 5x + \frac{64}{5} \\ (x-4)(2x+5) > 0 \end{cases}$

**20.** Determina il dominio della seguente funzione: $y = f(x) = \sqrt{x-3} - \sqrt{x^2 - 16} + \sqrt{x}$.

**21.** Data l'equazione $(a-1)x^2 - 4ax + a - 3 = 0$, determina per quali valori del parametro $a$ essa ammette:

**f.** soluzioni reali e distinte.

**g.** soluzioni reali e distinte con somma minore del prodotto.

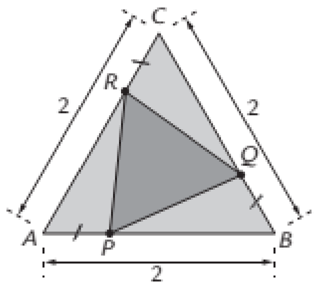
**22.** Per il collegamento a Internet, Paolo riceve da un provider due offerte possibili:

**h.** una tariffa fissa mensile di 40 euro;

**i.** una tariffa mensile, riservata a chi naviga poco, variabile come segue: numero di ore di navigazione moltiplicato per un coefficiente in euro pari allo stesso numero precedente diviso per 10.

Fino a quante ore di navigazione mensile è conveniente la seconda opzione?

**23.** In figura il triangolo $ABC$ è equilatero, con lato pari a 2, e si ha $\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{CR}$. Come si possono scegliere i tre punti $P$, $Q$ ed $R$ affinché l'area del triangolo piccolo non superi la metà di quella del triangolo grande?



# Equazioni e funzioni con valori assoluti

**Individua la risposta esatta, motivando la tua scelta.**

**1.** L'equazione $\sqrt{x^2} = |x|$ ha come insieme delle soluzioni:
- **a.** **R**
- **b.** $\varnothing$
- **c.** $\{0; 1\}$
- **d.** $[0; +\infty)$
- **e.** **R**⁺

**2.** L'equazione $|x| = x$ ha come insieme delle soluzioni:
- **a.** $\mathbf{R}^+ \cup \{0\}$
- **b.** $\varnothing$
- **c.** $\{0; 1\}$
- **d.** **R**
- **e.** $\{-1; 1\}$

**3.** Quale delle seguenti equazioni può essere rappresentata dal grafico in **figura 1**?
- **a.** $|x| + 1 = x^2$
- **b.** $|x| + 1 = -x^2$
- **c.** $|x| - 1 = -x^2$
- **d.** $|x| + 1 = x^2$
- **e.** $|x| + 1 + x^2 = 0$

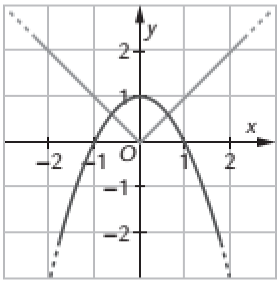



Figura 1

**4.** Quale delle seguenti funzioni può essere rappresentata dal grafico in **figura 2**?
- **a.** $y = \big||x| - 2\big| - 2$
- **b.** $y = \big||x - 2| - 2\big| - 2$
- **c.** $y = \big||x + 2| + 2\big| + 2$
- **d.** $y = \big||x + 2| + 2\big| - 2$
- **e.** $y = \big||x + 2| - 2\big| - 2$

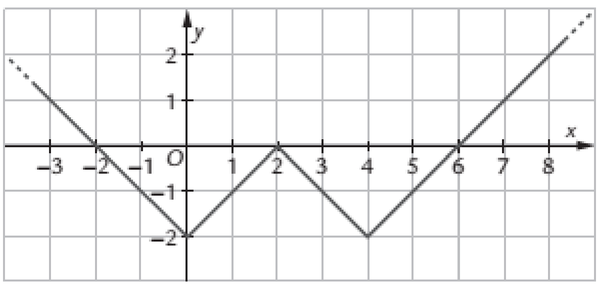



Figura 2

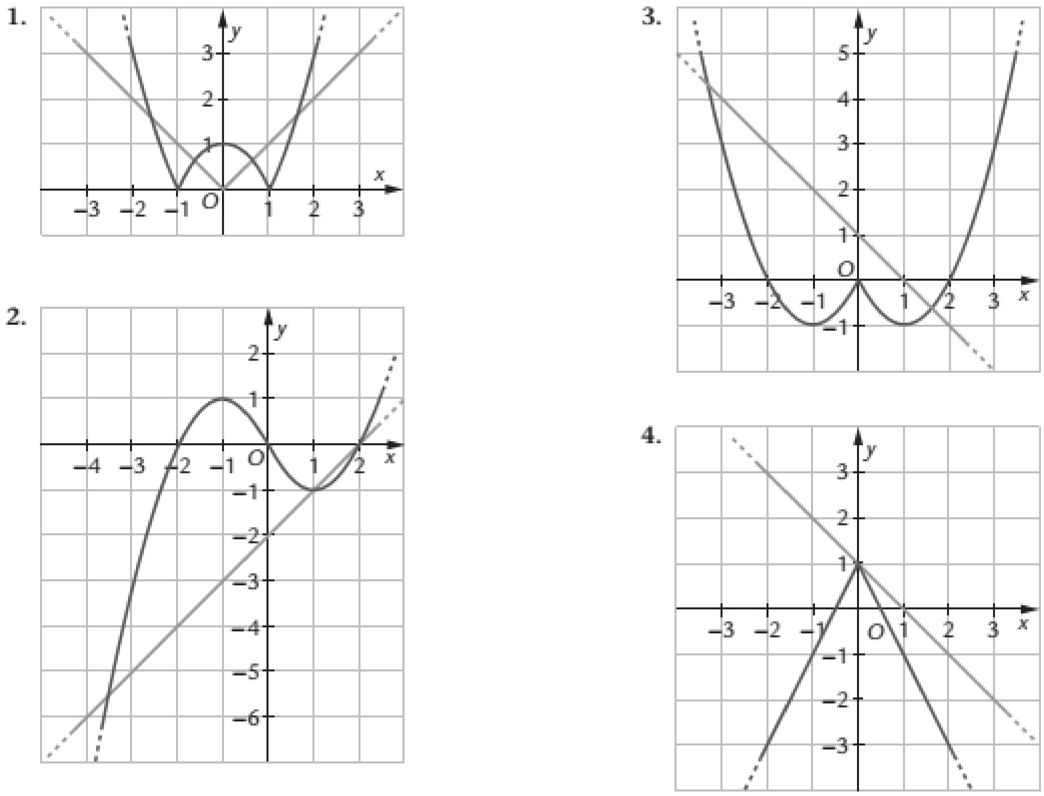
**5.** Quale delle seguenti relazioni è valida $\forall x \in \mathbf{R}$?

**a.** $|x| = x$
**b.** $|x| = -x$
**c.** $|x| < x$
**d.** $|x| \leq x$
**e.** $|x| \geq x$

**Per ognuna delle seguenti affermazioni ed espressioni indica se è vera o falsa, motivando la risposta.**

**6.** $|x| = |-x|$ **V F**
**7.** $|x + y| \geq |x| + |y|$ **V F**
**8.** $|x| \leq 3$ equivale a $-3 \leq x \leq 3$ **V F**
**9.** $\sqrt{\left(1 - \sqrt{3}\right)^2} = 1 - \sqrt{3}$ **V F**
**10.** $|a| \cdot |b| = ab$ solo nel caso in cui $a$ e $b$ siano entrambi negativi **V F**
**11.** l'equazione $|x| = 2x - 1$ è equivalente all'equazione $x^2 = (2x - 1)^2$ **V F**
**12.** le due espressioni $f(x) = |x^2 - 3| + 1$ e $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2 & \text{se} \quad -\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3} \\ 4 - x^2 & \text{se} \quad x < -\sqrt{3} \vee x > \sqrt{3} \end{cases}$ rappresentano la stessa funzione **V F**
**13.** il valore assoluto di un numero è sempre positivo **V F**

**14.** Associa a ogni rappresentazione grafica la corrispondente equazione, motivando la scelta effettuata.



**a.** $x = 2|x|$
**b.** $|x^2 - 1| = |x|$
**c.** $x|x| - 3x + 2 = 0$
**d.** $x^2 - 2|x| = 1 - x$

**Risolvi le seguenti equazioni con il metodo algebrico. Scrivi in seguito l'insieme delle loro soluzioni.**

**15.** $|2x + 1| = |4x + 5|$
**16.** $|x - 1| - 2|x + 3| + x + 4 = 0$
**17.** $|x^2 - 8x + 10| = 3$
**18.** $x|x - 2| - 2|x| = 1$

**Rappresenta graficamente le seguenti funzioni.**

**19.** $y = f(x) = \big|x - |x|\big| + 1$
**20.** $y = f(x) = x + |3x| + 2|3 - x|$
**21.** $y = f(x) = x|x| - |x| + x$

**22.** Tra tutti i punti della parabola di equazione $y = 1 - 2x^2$, determina quelli che hanno distanza 3 dall'asse $x$.
**23.** Sottraendo a un numero il suo valore assoluto, si ottiene la radice quadrata del quadrato di quel numero, diminuito di uno. Carlo afferma che ciò è vero solo per numeri positivi, mentre Alessio dice che è vero anche per alcuni numeri negativi. Chi dei due ha ragione?

# Equazioni irrazionali

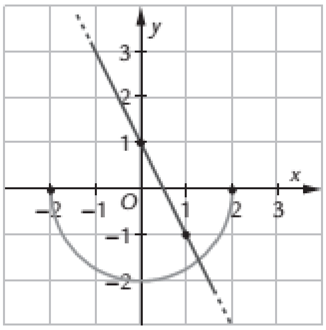
**Individua la risposta esatta, motivando la tua scelta.**

**1.** L'equazione $\sqrt{x^2} = x$ ha come insieme delle soluzioni:
- **a.** R
- **b.** $\varnothing$
- **c.** $\{0; 1\}$
- **d.** $[0; +\infty)$
- **e.** **R**⁺

**2.** L'equazione $\sqrt{x^4} = x$ ha come insieme delle soluzioni:
- **a.** **R**⁺
- **b.** $\varnothing$
- **c.** $\{0; 1\}$
- **d.** $\{0; -1; 1\}$
- **e.** $\{-1; 1\}$

**3.** Quale delle seguenti equazioni irrazionali può essere rappresentata dal grafico in **figura 1**?
- **a.** $2x + 1 = \sqrt{x^2 - 4}$
- **b.** $2x - 1 = \sqrt{x^2 - 4}$
- **c.** $2x - 1 = \sqrt{4 - x^2}$
- **d.** $2x + 1 = \sqrt{4 - x^2}$
- **e.** $2x - 1 = -\sqrt{4 - x^2}$

Figura 1

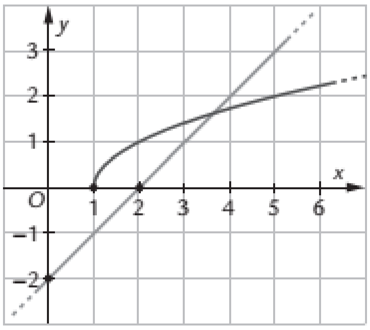



**4.** L'equazione $\sqrt[4]{-x} = -\sqrt[4]{x}$:
- **a.** non ha soluzioni
- **b.** è indeterminata
- **c.** non ha significato
- **d.** ha una sola soluzione
- **e.** nessuna delle precedenti risposte è esatta

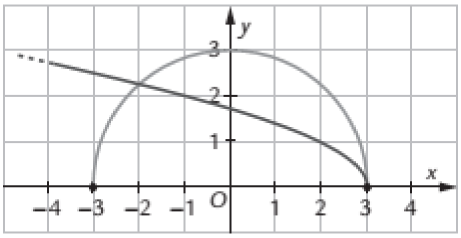
**5.** L'equazione $a\left(\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x}\right) + \sqrt{2x + 1} = a + 1$ ha per soluzione $x = 0$:
- **a.** se $a = 0$
- **b.** per nessun valore di $a$
- **c.** se $a = -1$
- **d.** se $a = 1$
- **e.** $\forall a \in \mathbf{R}$

**Scrivi le equazioni corrispondenti alle seguenti rappresentazioni grafiche e risolvile per via algebrica.**

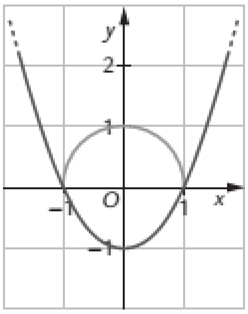
**6.**



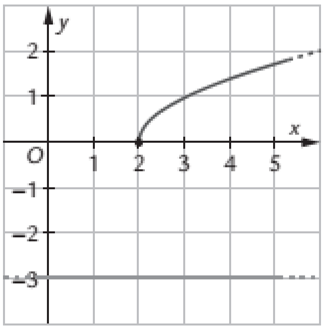

**7.**




**8.**




**9.**




**Risolvi le seguenti equazioni irrazionali con il metodo algebrico. Scrivi in seguito l'insieme delle loro soluzioni.**

**10.** $\sqrt{36x^2 + 21x - 2} = 3x + 2$

**11.** $\sqrt{x} - \sqrt{x-1} = \sqrt{x+1}$

**12.** $\sqrt[3]{x^3 - 4x^2 + 2x} = x - 2$

**13.** $\frac{1}{\sqrt{5-x}+\sqrt{-x}} + \frac{1}{\sqrt{5-x}-\sqrt{-x}} = \frac{2}{5}$

**14.** In **figura 2** è riportato un quarto di circonferenza su cui è stato preso un punto $P$ a caso ed è stata posta pari a $x$ la distanza della sua proiezione $H$ sul raggio $OA$ da $A$. In **figura 3** è riportata la semiparabola di cui un opportuno arco rappresenterebbe la funzione $y = \overline{AP}(x)$. Leggendo il grafico, ricava il raggio della circonferenza.

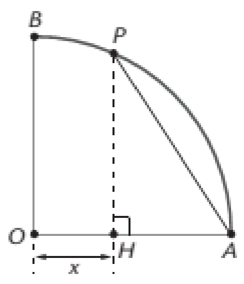



Figura 2

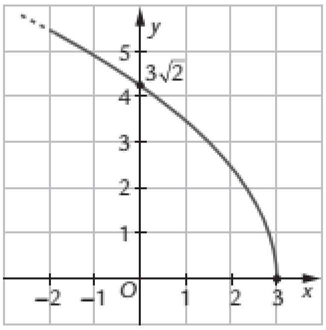



Figura 3

**15.** Filippo afferma che esiste un numero positivo che, sommato alla propria radice quadrata, dà come risultato lo stesso che si otterrebbe sottraendo al suo doppio la radice del suo doppio. Ha ragione Filippo?

**16.** Dato un quadrato di lato 2, costruisci su un lato, esternamente al quadrato, una semicirconferenza, considera su di essa un punto a caso e congiungilo con gli estremi del lato stesso. Determina la posizione del punto scelto in modo tale che il perimetro del pentagono che ha per vertici i vertici del quadrato e il punto stesso sia pari a: $7 + \sqrt{3}$.

# Probabilità

**Per ognuna delle seguenti affermazioni ed espressioni indica se è vera o falsa, motivando la risposta.**

**1.** La probabilità dell'evento contrario è il reciproco della probabilità dell'evento dato **V F**

**2.** se $p(A) = 0{,}3$, $p(B) = 0{,}6$ e $p(A \cup B) = 0{,}9$, allora i due eventi sono incompatibili **V F**

**3.** se $p(A) = 0{,}3$, $p(B) = 0{,}8$, allora i due eventi sono incompatibili **V F**

**4.** la probabilità che, lanciando un dado a 6 facce, esca un multiplo di 3 è maggiore della probabilità che, lanciando contemporaneamente due dadi, esca un quadrato perfetto **V F**

**5.** la probabilità di estrarre una figura da un mazzo di 52 carte è la stessa di estrarre una pallina rossa da un'urna che contiene 4 palline rosse, 8 bianche, 3 nere e 1 verde **V F**

**6.** un evento e il suo contrario possono essere compatibili in alcuni casi **V F**

**7.** la probabilità che, lanciando per 6 volte consecutive un dado a 6 facce, i numeri escano in ordine crescente da 1 a 6 è pari a circa il 2% **V F**

**8.** la probabilità che un punto di un cerchio appartenga anche al quadrato in esso inscritto è maggiore rispetto a quella che il punto appartenga al triangolo equilatero inscritto **V F**

**9.** se, dopo aver lanciato 1000 volte una moneta, si ottiene 100 volte testa e 900 volte croce, è possibile che la moneta sia truccata **V F**

**10.** in un numero di due cifre la probabilità che la cifra delle decine sia pari al quadrato di quella delle unità è circa 0,03

**11.** la probabilità che una persona nata nel 2005 festeggi il compleanno in giugno è minore della probabilità che una persona nata nel 2008 lo festeggi in febbraio **V F**

**12.** Un sacchetto contiene delle targhette riportanti le lettere della parola "MAMMA". Vengono estratte consecutivamente le 5 targhette senza reimmissione.
Calcola la probabilità che:
- **a.** esca nell'ordine proprio la parola «MAMMA»;
- **b.** esca una successione di lettere che inizia per MA;
- **c.** esca una successione di lettere che inizia per AM;
- **d.** esca una successione di lettere che inizia con tre M.

**13.** Dato un quadrato di lato 6 m calcola la probabilità che, prendendo un punto, esso disti almeno 2 m da due vertici opposti.

**14.** Nel piano cartesiano è data la regione rappresentata dal sistema $\begin{cases} x - y + 2 \geq 0 \\ x < 1 \\ y \geq -1 \end{cases}$ e i suoi punti aventi coordinate intere. Qual è la probabilità che, scelto a caso uno di tali punti, esso appartenga alla bisettrice del secondo e quarto quadrante?

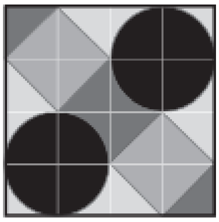
**15.** Nell'urna $A$ sono contenute 5 palline bianche e 3 nere, mentre nell'urna $B$ 4 bianche e 6 nere. Estraggo a caso una pallina da $A$ e la inserisco in $B$. Qual è la probabilità che, estraendo in seguito una pallina da $B$ essa sia bianca?

**16.** In Italia le targhe per i ciclomotori recano una successione di 5 caratteri che possono essere cifre da 0 a 9 o lettere dell'alfabeto inglese, disposte in maniera del tutto indifferente. Calcola la probabilità che una targa possa avere una sigla:

**a.** esclusivamente numerica;

**b.** esclusivamente alfabetica.

**17.** Andrea e Luca giocano a un insolito tiro a segno, con il bersaglio quadrato riportato in figura, che ha lato di 40 cm. Il punteggio minimo è 5 e aumenta di 5 in 5 per ogni tonalità di grigio, dal più chiaro al più scuro, fino al nero. Qual è la probabilità di totalizzare 20 punti con un lancio? E con due lanci al massimo?



**18.** Nel gioco della tombola possono essere estratti i numeri da 1 a 90 e in ogni cartella sono contenuti 15 numeri. Qual è la probabilità che, dopo 15 estrazioni, un giocatore faccia tombola?