All.1

Anno Scolastico 2016-17

Classe 2Bl

DISCIPLINA* Matematica

DOCENTE; Giovanna Frare

Testo in adozione: L. Sasso “la Matematica a colori” edizione azzurra Primo biennio ed. De Agostini- Petrini

RIPASSO

- le frazioni algebriche: operazioni, C.E.

UNITA’ 1

- I radicali: definizioni
- I radicali: condizioni di esistenza e segno
- Riduzione allo stesso indice e semplificazione
- Prodotto, quoziente tra radicale, potenza di un radicale
- Somma algebrica tra radicali
- Razionalizzazioni
- Potenze con esponente razionale.

UNITA’ 2

- Sistemi lineari
- Metodo di sostituzione
- Metodo del confronto
- Metodo di riduzione
- Metodo di Cramer
- Semplici discussioni tramite il metodo di Cramer
- Esempi di problemi.

UNITA’ 3

- Retta nel piano cartesiano
- Richiami sul piano cartesiano
- Concetto di appartenenza e intersezione
- Distanza tra due punti
- Punto medio del segmento
- Equazioni di rette particolari ed equazione generale della retta
- Intersezione tra rette, rette perpendicolari e parallele
- Come determinare l’equazione di una retta
- Distanza di un punto da una retta

UNITA’ 4

- Frazioni algebriche
- Campo di esistenza
- Operazioni tra frazioni algebriche
- Esercizi

UNITA’ 5

- Equazioni di primo grado (ripasso)
- Equazioni frazionarie

UNITA’ 6

- Disequazioni di primo grado
- Disequazioni scomponibili
- Disequazioni di secondo grado
- Disequazioni fratte

- Sistemi di disequazioni

UNITA' 7

- Area dei poligono
- Equivalenza ed equiscomponibilità

UNITA' 10

- Similitudine
- Criteri di similitudine
- Il primo teorema di Talete e similitudine

Equazioni di secondo grado: monomie, pure, spurie, complete.

COMPITI DELLE VACANZE:

UNITA' 1 **<u>prima di svolgere gli esercizi studia la teoria</u>**

pag 38 dal N. 269 al N.281
pag. 41 dal N. 338 al N. 353
pag. 42 dal N. 376 al 385
pag 43 dal N. 400 al N.410
pag 45 dal N. 436 al N.447
pag. 57 dal N. 755 al 766
prova di autoverifica pag. 59

UNITA' 2 **<u>prima di svolgere gli esercizi studia la teoria</u>**

pag 108 dal N. 395 al N. 419 (risolvili con metodi diversi)
prova di autoverifica pag. 112

UNITA' 3 **<u>prima di svolgere gli esercizi studia la teoria</u>**

pag 164 dal N. 394 al N. 413 pag.165
prova di autoverifica pag. 168

UNITA' 4 **<u>prima di svolgere gli esercizi studia la teoria</u>**

pag 211 dal N. 437 al N. 413 pag. 456
prova di autoverifica pag. 214

UNITA' 5 **<u>prima di svolgere gli esercizi studia la teoria</u>**

pag 237 dal N. 235 al N. 265

UNITA' 6 **<u>prima di svolgere gli esercizi studia la teoria</u>**

pag 256 dal N. 198 al N. 208; dal N. 218 al 235 pag. 257
prova di autoverifica pag. 258

equazioni di secondo grado LEZIONE ed ESERCIZI

Ci occupiamo ora di vedere come risolvere le equazioni di secondo grado dove l'incognita compare ad esponente 2; ricordiamo brevemente le definizioni e i principi dati nel capitolo "equazioni di 1° grado ":

Equazione: uguaglianza tra due espressioni contenente una o più lettere dette **incognite**.
Identità: uguaglianza tra due espressioni algebriche che risulta essere sempre vera.
Soluzione o Radice di una equazione è il valore da attribuire all'incognita (o alle incognite) in modo tale che l'uguaglianza risulti vera, cioè una identità.
Risolvere una equazione: trovare le sue soluzioni.
Equazione determinata: se esiste un numero finito di valori dell'incognita che soddisfa l'equazione.
Equazione indeterminata: se è verificata per ogni valore attribuibile all'incognita, cioè se è una identità.
Equazione impossibile: se non esistono valori dell'incognita che la soddisfano.
Equazioni equivalenti: se tutte le soluzioni di una sono anche soluzioni dell'altra.

Abitualmente per indicare le incognite vengono usate le ultime lettere dell'alfabeto: x, y, z ; in questa unità esamineremo **equazioni contenenti una sola incognita**.

Classifichiamo i vari tipi di equazioni:

Equazione numerica: se non ci sono altre lettere oltre all'incognita.
Equazione intera: se l'incognita non compare a denominatore.
Equazione fratta: se l'incognita compare a denominatore.
Equazione letterale: se ci sono altre lettere oltre all'incognita ed esse non hanno il ruolo di incognite/variabili, ma di parametri/coefficienti.

Principi di equivalenza delle equazioni:

Primo principio di equivalenza: sommando o sottraendo ad entrambi i membri di una equazione una stessa quantità (numeri, monomi, polinomi) l'equazione si trasforma in una equazione equivalente alla data.

Secondo principio di equivalenza: moltiplicando o dividendo entrambi i membri di una equazione per una stessa quantità, purchè essa sia diversa da zero, l'equazione si trasforma in una equazione equivalente alla data.

Verifica della soluzione di una equazione
Risolvere una equazione significa trovare le sue soluzioni o radici, trovare cioè il valore da attribuire all'incognita in modo tale che l'uguaglianza risulti vera, cioè diventi una identità. Questo significa che, se nel testo dell'equazione si sostituisce all'incognita la soluzione trovata, l'equazione diventa una uguaglianza vera ,dove i due membri hanno lo stesso valore.
Questa operazione di sostituzione viene detta **verifica della soluzione** di una equazione.

Grado di una equazione: data una equazione nell'incognita x, si dice **grado dell'equazione** il grado rispetto all'incognita del polinomio ottenuto spostando tutti i termini a primo membro e riducendo i monomi simili..

Forma normale (o **canonica** o **tipica) di una equazione di secondo grado**

$ax^2+bx+c=0 \qquad a \neq 0 \quad a,b,c \in \mathbb{R}$

Dobbiamo stare attenti a considerare i coefficienti del trinomio scritto sopra:
a coefficiente del termine di secondo grado
b coefficiente del termine di primo grado
c termine noto (cioè termine che non contiene l'incognita)
N.B. Il trinomio di secondo grado va ordinato secondo le potenze decrescenti dell'incognita.
Le equazioni di secondo grado vengono classificate a seconda dell'annullarsi dei uno più coefficienti, escluso il coefficiente a:

Forma canonica	Nome equazione	Coefficienti
$ax^2=0$	monomia	$a \neq 0$; $b=0$; $c=0$
$ax^2+bx=0$	spuria	$a \neq 0$; $b \neq 0$; $c=0$
$ax^2+c=0$	pura	$a \neq 0$; $b=0$; $c \neq 0$
$ax^2+bx+c=0$	completa	$a \neq 0$; $b \neq 0$; $c \neq 0$

La classificazione delle equazioni è importante perché ciascuna di esse ha una differente modalità di risoluzione.
Per l'equazione completa si utilizza la formula risolutiva di cui non daremo la dimostrazione, rimandando per questo al libro di testo.

COME RISOLVERE UNA EQUAZIONE DI SECONDO GRADO INTERA.
Nell'insieme dei numeri reali una equazione di secondo grado può ammettere due soluzioni distinte, due soluzioni coincidenti, nessuna soluzione, infinite soluzioni.
È la prima volta che senti parlare di soluzioni coincidenti: significa che il trinomio di secondo grado può essere scomposto in due fattori di primo grado aventi la stessa soluzione, quindi si parla di soluzione doppia o di soluzioni coincidenti.

Come si procede:
- bisogna scrivere in forma normale l'equazione data:
  - Si svolgono i calcoli indicati, riducendo i termini simili.
  - Se sono presenti frazioni numeriche si cerca il denominatore comune al primo e al secondo membro, poi si elimina il denominatore comune, ricordando il secondo principio di equivalenza delle equazioni.
  - Se ci sono, si svolgono i calcoli indicati, riducendo i termini simili.
  - Si spostano tutti i termini a primo membro, riducendo i termini simili.
    N.B. a secondo membro deve rimanere solo lo zero!
  - Se $a = 0$ l'equazione è di primo grado
  - Se $a \neq 0$:
  - Se il coefficiente a è negativo si può cambiare il segno a tutti i termini che compongono il trinomio.

- bisogna classificare l'equazione:

  - **Equazione monomia** $ax^2 = 0$
  - Si dividono entrambi i membri dell'equazione per il coefficiente a
  - L'equazione diventa $x^2 = 0$
  - Facendo l'operazione di estrazione di radice quadrata ad entrambi i membri si ottiene la soluzione $x = 0$ ($x = 0$ due soluzioni coincidenti).

  - **Equazione spuria** $ax^2 + bx = 0$
  - Si raccoglie l'incognita x
  - L'equazione diventa $x(ax + b) = 0$
  - Si procede con il principio di annullamento del prodotto, ponendo uguale a zero ogni singolo fattore: $x_1 = 0 \quad \wedge \quad ax + b = 0 \rightarrow x_2 = -\dfrac{b}{a}$.

  - **Equazione pura** $ax^2 + c = 0$
  - Si isola il termine di secondo grado, ottenendo: $x^2 = -\dfrac{c}{a}$
  - Se $-\dfrac{c}{a} > 0$ si estrae la radice quadrata da entrambi i membri ottenendo le due soluzioni: $x_1 = +\sqrt{-\dfrac{c}{a}} \quad \wedge \quad x_2 = -\sqrt{-\dfrac{c}{a}}$
  - Se $-\dfrac{c}{a} < 0$ l'equazione è impossibile. (una quantità elevata alla seconda x^2 non può essere uguale ad un numero negativo!)

  - **Equazione completa** $ax^2 + bx + c = 0$

  - Se b è un numero dispari si utilizza la **formula risolutiva**:

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad\qquad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Per utilizzare la formula risolutiva è meglio calcolare prima la quantità $\Delta = b^2 - 4ac$ chiamata **discriminante** o **delta (Δ),** perché discrimina l'esistenza e il numero delle soluzioni, in particolare:

se Δ>0 le soluzioni sono $x_1 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ $\quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ reali e distinte

se Δ=0 le soluzioni sono $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$ reali e coincidenti (Il trinomio è il quadrato di un binomio)

se Δ<0 l'equazione è impossibile

RICORDIAMO CHE …
- ✓ $\sqrt{0} = 0$
- ✓ $\sqrt{numero\, negativo}$ *è impossibile*

- Se b è un numero pari si utilizza la **formula risolutiva ridotta**:

calcoliamo $\beta = \frac{b}{2}$

$$x_{1/2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - ac}}{a}$$

$$x_1 = \frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 - ac}}{a} \qquad x_2 = \frac{-\beta - \sqrt{\beta^2 - ac}}{a}$$

Per utilizzare la formula risolutiva è meglio calcolare prima la quantità $\frac{\Delta}{4} = \beta^2 - ac$ chiamata **delta quarti (Δ/4),** analogamente a quanto visto prima le soluzioni sono:

se $\frac{\Delta}{4} > 0$ soluzioni reali e distinte

se $\frac{\Delta}{4} = 0$ soluzioni reali e coincidenti (Il trinomio è il quadrato di un binomio)

se $\frac{\Delta}{4} < 0$ l'equazione è impossibile

Adesso proviamo insieme! 

- $3x^2 - 5x = 5x \; x - 1$

L'equazione è scritta in forma normale? No, eseguiamo i calcoli:

$3x^2 - 5x = 5x^2 - 5x \quad \rightarrow \quad 2x^2 = 0$

Quanto valgono i coefficienti a, b, c?

$a = 2\ ;\ b = 0\ ;\ c = 0$

Che tipo di equazione è?

monomia

$\frac{2x^2}{2} = \frac{0}{2} \rightarrow \quad x^2 = 0 \quad \rightarrow \quad x = 0$

Quindi troviamo due soluzioni coincidenti:

$x_1 = x_2 = 0$

- $4x\left(\frac{1}{3} - \frac{3}{2}x\right) = \frac{2}{3} \; 2x - 1$

L'equazione è scritta in forma normale? No, eseguiamo i calcoli:

$\frac{4}{3}x - 6x^2 = \frac{4}{3}x - \frac{2}{3} \quad \rightarrow \quad \frac{4x - 18x^2}{3} = \frac{4x-2}{3} \rightarrow \quad -18x^2 + 2 = 0 \quad \rightarrow \quad 18x^2 - 2 = 0 \quad \rightarrow \quad 9x^2 - 1 = 0$ Quanto valgono i coefficienti a, b, c?

$a = 9\ ;\ b = 0\ ;\ c = -1$

Che tipo di equazione è?

Pura

I coefficienti a e c sono concordi o discordi?

Sono discordi, quindi l'equazione ammette soluzioni:

Isoliamo il termine di secondo grado, ottenendo: $x^2 = \frac{1}{9}$

Possiamo estrarre la radice quadrata da entrambi i membri ottenendo:

$x = \pm\sqrt{\frac{1}{9}} = \pm\frac{1}{3}$

Otteniamo due soluzioni opposte:

$x_1 = +\sqrt{\frac{1}{9}} = +\frac{1}{3} \quad \wedge \quad x_2 = -\sqrt{\frac{1}{9}} = -\frac{1}{3}$

- $2x(x-5) = -3$

L'equazione è scritta in forma normale? No, eseguiamo i calcoli:

$2x^2 - 10x = -3 \qquad \rightarrow \qquad 2x^2 - 10x + 3 = 0$

Quanto valgono i coefficienti a, b, c?

$a = 2\ ;\ b = -10\ ;\ c = 3$

Che tipo di equazione è?
completa

b è pari? Si, allora $\beta = \frac{b}{2} = \frac{-10}{2} = -5$

Calcoliamo la quantità $\frac{\Delta}{4} = \beta^2 - ac = (-5)^2 - (+2)\cdot(+3) = 25 - 6 = +19$

$\frac{\Delta}{4}$ è positivo, negativo o nullo? È positivo, quindi l'equazione ammette due soluzioni distinte che calcoliamo applicando la formula ridotta:

$x_{1/2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - ac}}{a}$ sostituendo i valori numerici otteniamo:

$x_{1/2} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - (+2)(+3)}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{19}}{2}$ Otteniamo due soluzioni distinte:

$x_1 = \frac{5+\sqrt{19}}{2} \quad \wedge \quad x_2 = \frac{5-\sqrt{19}}{2}$

OSSERVIAMO CHE…
le soluzioni di una equazione di secondo grado possono essere dei numeri irrazionali, cioè possono contenere delle radici, che devono essere lasciate indicate e non calcolate con la calcolatrice.

- $2x^2 = x$

L'equazione è scritta in forma normale? No, scriviamola in forma normale:

$2x^2 - x = 0$

Quanto valgono i coefficienti a, b, c?

$a = 2\ ;\ b = -1\ ;\ c = 0$

Che tipo di equazione è?
Spuria, quindi:
Raccogliamo l'incognita x e l'equazione diventa

$x(2x-1) = 0$

Poniamo uguale a zero ogni singolo fattore:

$x = 0$

$2x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}$.

Quindi troviamo due soluzioni distinte:

$x_1 = 0 \quad \wedge \quad x_2 = \frac{1}{2}$

- $\frac{2}{3}x^2 - 4x + 3x\left(2x + \frac{4}{3}\right) = 0$

L'equazione è scritta in forma normale? No, eseguendo i calcoli otteniamo:

$\frac{20}{3}x^2 = 0$

Quanto valgono i coefficienti a, b, c?

$a = \frac{20}{3}\ ;\ b = 0\ ;\ c = 0$

Che tipo di equazione è?

monomia

$$\frac{\frac{20}{3}x^2}{\frac{20}{3}} = \frac{0}{\frac{20}{3}} \qquad \rightarrow \qquad x^2 = 0 \qquad \rightarrow \qquad x = 0$$

Quindi troviamo due soluzioni coincidenti:

$x_1 = x_2 = 0$

- $\frac{21x+1}{3} = x(x+9) + \frac{1}{3}$

L'equazione è scritta in forma normale? No, scriviamola in forma normale:

$x^2 + 2x = 0$

Quanto valgono i coefficienti a, b, c?

$a = 1$; $b = 2$; $c = 0$

Che tipo di equazione è?
Spuria, quindi:
Raccogliamo l'incognita x e l'equazione diventa

$x(x+2) = 0$

Poniamo uguale a zero ogni singolo fattore:

$x = 0$

$x + 2 = 0 \rightarrow x = -2$.

Quindi troviamo due soluzioni distinte:

$x_1 = 0 \quad \wedge \quad x_2 = -2$

- $(x-1)^2 + 2x^2 = 5 - 13x$

L'equazione è scritta in forma normale? No, dopo aver eseguito i calcoli otteniamo:

$3x^2 + 11x - 4 = 0$

Quanto valgono i coefficienti a, b, c?

$a = +3$; $b = +11$; $c = -4$

Che tipo di equazione è?
completa
b è pari? No.

Calcoliamo la quantità $\Delta = b^2 - 4ac = (+11)^2 - 4(+3)(-4) = 121 + 48 = 169$

Δ è positivo, negativo o nullo? È positivo, quindi l'equazione ammette due soluzioni distinte che calcoliamo applicando la formula:

$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ sostituendo i valori numerici otteniamo:

$x_{1/2} = \frac{-(+11) \pm \sqrt{169}}{6} = \frac{-11 \pm 13}{6}$

$x_1 = \frac{-11+13}{6} = \frac{1}{3}$ $\qquad x_2 = \frac{-11-13}{6} = -4$

OSSERVIAMO CHE…
La quantità $b^2 - 4ac$ presente nella formula all'interno della radice è il Δ calcolato prima.

Otteniamo due soluzioni distinte:

$x_1 = \frac{1}{3} \quad \wedge \quad x_2 = -4$

- $5\left(x + \frac{1}{5}\right)\left(x - \frac{1}{5}\right) = \frac{8}{5}$

L'equazione è scritta in forma normale? No, eseguendo i calcoli otteniamo:

$25x^2 - 9 = 0$ Quanto valgono i coefficienti a, b, c?

$a = 25$; $b = 0$; $c = -9$

Che tipo di equazione è?
Pura
I coefficienti a e c sono concordi o discordi?
Sono discordi, quindi l'equazione ammette soluzioni:

Isoliamo il termine di secondo grado, ottenendo: $x^2 = \frac{9}{25}$

Possiamo estrarre la radice quadrata da entrambi i membri ottenendo:

$x = \pm\sqrt{\frac{9}{25}} = \pm\frac{3}{5}$

Otteniamo due soluzioni opposte:

$x_1 = +\sqrt{\frac{9}{25}} = +\frac{3}{5} \quad \wedge \quad x_2 = -\sqrt{\frac{9}{25}} = -\frac{3}{5}$

- $6x(2x+1) = -12x - 15 + 2(3x+6)$

L'equazione è scritta in forma normale? No, dopo aver eseguito i calcoli otteniamo:

$12x^2 + 12x + 3 = 0 \quad \rightarrow \quad 4x^2 + 4x + 1 = 0$

Quanto valgono i coefficienti a, b, c?

$a = +4$; $b = +4$; $c = +1$

Che tipo di equazione è?
completa

b è pari? Si, allora $\beta = \frac{b}{2} = \frac{4}{2} = +2$

Calcoliamo la quantità $\frac{\Delta}{4} = \beta^2 - ac = (+2)^2 - (+4)\cdot(+1) = 4 - 4 = 0$

Δ è positivo, negativo o nullo? È nullo, quindi l'equazione ammette due soluzioni coincidenti che calcoliamo applicando la formula ridotta:

$x_{1/2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - ac}}{a}$ sostituendo i valori numerici otteniamo: $x_{1/2} = \frac{-(+2) \pm \sqrt{0}}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$

Otteniamo due soluzioni coincidenti:

$x_1 = x_2 = -\frac{1}{2}$

OSSERVIAMO CHE…
Il trinomio di secondo grado che rappresenta l'equazione è il quadrato di un binomio.

- $(x+1)^2 + 8 = 2x$

L'equazione è scritta in forma normale? No, eseguiamo i calcoli:

$x^2 + 2x + 1 + 8 = 2x \quad \rightarrow \quad x^2 + 9 = 0$

Quanto valgono i coefficienti a, b, c?

$a = 1$; $b = 0$; $c = 9$

Che tipo di equazione è?
Pura

I coefficienti a e c sono concordi o discordi?
Sono concordi, quindi l'equazione **non** ammette soluzioni:

$x^2 = -9$

equazione impossibile.

RICORDIAMO CHE …
Un quadrato (x^2) non può essere uguale ad un numero negativo!

- $5x^2 - 19x + 31 = 0$

L'equazione è scritta in forma normale? Si.
Quanto valgono i coefficienti a, b, c?

$a = +5$; $b = -19$; $c = +31$

Che tipo di equazione è?
completa

b è pari? No.

Calcoliamo la quantità $\Delta = b^2 - 4ac = (-19)^2 - 4(+5)(+31) = 361 - 620 = -259$

Δ è positivo, negativo o nullo? È negativo, quindi l'equazione **non** ammette soluzioni
equazione impossibile.

questa tabella riassuntiva ti sarà utile nello svolgimento degli esercizi

Coefficienti	Forma canonica	Nome equazione	Soluzioni (radici)
$a \neq 0$; $b = 0$; $c = 0$	$ax^2 = 0$	monomia	$x_1 = x_2 = 0$ due soluzioni (o radici) coincidenti
$a \neq 0$; $b \neq 0$; $c = 0$	$ax^2 + bx = 0$	spuria	$x_1 = 0$; $x_2 = -\frac{b}{a}$ due soluzioni (o radici) distinte
$a \neq 0$; $b = 0$; $c \neq 0$	$ax^2 + c = 0$	pura	$x_{1/2} = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$ due soluzioni (o radici) distinte **oppure** impossibile
$a \neq 0$; $b \neq 0$; $c \neq 0$	$ax^2 + bx + c = 0$	completa	$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \begin{cases} \Delta > 0 & \textit{due soluzioni} \text{ o radici } \textit{distinte} \\ \Delta = 0 & \textit{due soluzioni} \text{ o radici } \textit{coincidenti} \\ \Delta < 0 & \textit{impossibile} \end{cases}$

EQUAZIONI DI GRADO SUPERIORE AL SECONDO: RISOLUBILI MEDIANTE SCOMPOSIZIONE IN FATTORI

equazioni risolubili mediante scomposizione in fattori

In questa parte ci preoccupiamo di risolvere equazioni intere e fratte il cui polinomio rappresentativo è scomponibile in fattori di primo e secondo grado.

Per risolvere questo tipo di equazioni dobbiamo ricordare la legge dell'annullamento del prodotto:

> il prodotto tra due o più fattori è uguale a zero quando almeno uno dei fattori presenti è uguale a zero, cioè: $A \cdot B \cdot C \cdot ..... = 0$ se $A = 0 \wedge B = 0 \wedge C = 0 \wedge ....$

Come si procede:

- Si svolgono i calcoli indicati, riducendo i termini simili.
- Si scrive l'equazione in forma canonica (con tutti i termini a primo membro e possibilmente ordinati secondo le potenze decrescenti o il polinomio scomposto in fattori, lasciando a secondo membro solo lo zero)
- Se l'equazione è di primo o secondo grado si procede come visto.
- Se l'equazione è di grado superiore al secondo si scompone il polinomio in fattori irriducibili
- Si pone uguale a zero ogni singolo fattore determinando così tutte le possibile soluzioni dell'equazione.

Adesso proviamo insieme! 

- $2x-1 \quad 3x^2-7x+2 \quad =0$

L'equazione è scritta in forma canonica? Si.
Il polinomio rappresentativo è scomposto in fattori di grado non superiore al secondo? Si.
Cerchiamo le soluzioni utilizzando la legge di annullamento del prodotto:

$2x-1=0$ equazione di primo grado $2x=1 \quad \rightarrow \quad x=\frac{1}{2}$

$3x^2-7x+2=0$ equazione di secondo grado completa:

$\Delta = 49-24=25 \quad \rightarrow \quad \Delta > 0 \quad \rightarrow \quad x_{1/2} = \frac{+7 \pm \sqrt{25}}{6} \quad \rightarrow x_1 = \frac{7+5}{6} = 2 \qquad x_2 = \frac{7-5}{6} = \frac{1}{3}$

Quindi l'equazione ammette tre soluzioni: $x_1 = \frac{1}{2} \vee x_2 = 2 \vee x_3 = \frac{1}{3}$

- $x^3 + x^2 = -2-2x$

L'equazione è scritta in forma canonica? No, scriviamola in forma canonica.
$x^3+x^2+2x+2=0$
L'equazione è di grado superiore al secondo? Si, scomponiamola in fattori
$x^3+x^2+2x+2=0 \rightarrow \qquad x^2 \ \ x+1 \ +2 \ \ x+1 \ \ =0 \qquad \rightarrow \qquad x^2+2 \ \ x+1 \ \ =0$
Cerchiamo le soluzioni utilizzando la legge di annullamento del prodotto:

$x+1=0$ equazione di primo grado $x=-1$

$x^2+2=0$ equazione di secondo grado incompleta pura:

$a=+1 \quad c=+2$ sono concordi quindi l’equazione è impossibile.

Quindi l’equazione ammette una soluzione: $x_1=-1$

- $x^4+5x^3=-6x^2$

L’equazione è scritta in forma canonica? No, scriviamola in forma canonica.

$x^4+5x^3+6x^2=0$

L’equazione è di grado superiore al secondo? Si, scomponiamola in fattori

$x^4+5x^3+6x^2=0 \quad \rightarrow \quad x^2 \;\; x^2+5x+6 \;\; =0$

Cerchiamo le soluzioni utilizzando la legge di annullamento del prodotto:

$x^2=0$ equazione di secondo grado monomia $x_1=x_2=0$

$x^2+5x+6=0$ equazione di secondo grado completa:

$\Delta=25-24=1 \quad \rightarrow \quad \Delta>0 \quad \rightarrow \quad x_{1/2}=\dfrac{-5\pm\sqrt{1}}{2} \quad \rightarrow x_1=\dfrac{-5+1}{2}=-2 \qquad x_2=\dfrac{-5-1}{2}=-3$

Quindi l’equazione ammette quattro soluzioni: $x_1=x_2=0 \vee x_3=-2 \vee x_4=-3$

equazioni binomie

in questa parte consideriamo equazioni del tipo

$x^n+a=0 \qquad n\in\mathbb{N}^+$

si distinguono due casi: n dispari, n pari.

n dispari: si isola a primo membro il termine x^n e poi si calcola la radice ennesima di entrambi i membri, cioè: $x^n=-a \quad \rightarrow \quad x=\sqrt[n]{-a}=-\sqrt[n]{a}$

RICORDIAMO CHE…
Una quantità elevata ad un a potenza pari è sempre maggiore o uguale a zero quindi non può essere uguale ad un numero negativo

n pari: si isola a primo membro il termine x^n e se il secondo membro è un numero negativo l’equazione è impossibile, se il secondo membro è positivo si calcola la radice ennesima di entrambi i membri, ricordando di mantenere il doppio segno cioè: $x^n=-a \quad \rightarrow \quad x=\pm\sqrt[n]{-a}$

Come si procede:

- Si svolgono i calcoli indicati, riducendo i termini simili.
- Si scrive l’equazione in forma canonica verificando che sia un binomio del tipo $x^n+a=0$
- Si isola a primo membro il termine contenente l’incognita e si analizza se l’esponente è pari o dispari
- Se l’esponente è dispari si estrae la radice di entrambi i membri
- Se l’esponente è pari si estrae la radice di entrambi i membri solo se il secondo membro è positivo, in caso contrario l’equazione è impossibile.

Adesso proviamo insieme! 

- $243x^5+32=0$

L’equazione è scritta in forma canonica? Si.

L’equazione è binomia? Si.

Isoliamo a primo membro l’incognita $243x^5=-32 \quad \rightarrow \quad x^5=-\dfrac{32}{243}$

L’esponente è pari o dispari? È dispari, l’equazione ammette soluzione. Estraiamo la radice di entrambi i membri $x=\sqrt[5]{-\dfrac{32}{243}}=\sqrt[5]{-\dfrac{2^5}{3^5}}=-\dfrac{2}{3}$

- $x^4-2=0$

L’equazione è scritta in forma canonica? Si.

L’equazione è binomia? Si.

Isoliamo a primo membro l’incognita $x^4=2$

L’esponente è pari o dispari? È pari.

Il secondo membro è positivo? Si, l’equazione ammette due soluzioni.

Estraiamo la radice di entrambi i membri $x=\pm\sqrt[4]{2} \quad \rightarrow \quad x_1=+\sqrt[4]{2} \qquad x_2=-\sqrt[4]{2}$

EQUAZIONI FRATTE.

Si può giungere ad ottenere una equazione di secondo grado o di grado superiore anche partendo da una equazione fratta; come già visto in precedenza è necessario tenere conto delle condizioni di esistenza che si ottengono ponendo diverso da zero ogni fattore dei denominatori presenti nell'equazione.

Come si procede:

- Si identificano i denominatori della frazioni algebriche presenti
- Si scompongono in fattori i denominatori e si determinano le C.E.
- se possibile si riducono le singole frazioni ai minimi termini
- si eseguono le operazioni presenti a primo membro e a secondo membro
- si riducono tutti i termini presenti allo stesso denominatore (denominatore comune)
- si libera l'equazione dai denominatori moltiplicando entrambi i membri per il denominatore comune
- si risolve l'equazione intera così ottenuta
- Si verifica se la soluzione ottenuta soddisfa le C.E.

Adesso proviamo insieme!

- $\frac{5x}{x^2-1}-3=\frac{5}{x^2-1}$

  È una equazione fratta? Si
  I denominatori presenti sono fattori irriducibili? No
  Scomponiamoli in fattori:

$$\frac{5x}{(x-1)(x+1)}-3=\frac{5}{(x-1)(x+1)}$$

Calcolo le C.E. $\begin{array}{l} x-1\neq 0 \quad\rightarrow\quad x\neq 1 \\ x+1\neq 0 \quad\rightarrow\quad x\neq -1 \end{array}$

Riduciamo le frazioni allo stesso denominatore:

$$\frac{5x-3(x+1)(x-1)}{(x+1)(x-1)}=\frac{5}{(x+1)(x-1)}$$

Liberiamo le frazioni dai denominatori:

$$\cancel{(x+1)(x-1)}\,\frac{5x-3(x+1)(x-1)}{\cancel{(x+1)(x-1)}}=\frac{5}{\cancel{(x+1)(x-1)}}\,\cancel{(x+1)(x-1)}$$

L'equazione diventa: $5x-3x^2+3=5 \quad\rightarrow\quad -3x^2+5x-2=0 \quad\rightarrow\quad 3x^2-5x+2=0$

È una equazione intera? Si
Di quale grado? Secondo
Risolviamola:
L'equazione è scritta in forma normale? Si.
Quanto valgono i coefficienti a, b, c?

$a=+3\ ;\ b=-5\ ;\ c=2$

Che tipo di equazione è?
completa
b è pari? No.

Calcoliamo la quantità $\Delta=b^2-4ac=(-5)^2-4(+3)(+2)=25-24=1$

Δ è positivo, negativo o nullo? È positivo, quindi l'equazione ammette due soluzioni distinte che calcoliamo applicando la formula:

$x_{1/2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ sostituendo i valori numerici otteniamo: $x_{1/2}=\frac{-(-5)\pm\sqrt{1}}{6}=\frac{+5\pm1}{6}$

$x_1=\frac{5+1}{6}=1 \qquad x_2=\frac{5-1}{6}=\frac{2}{3}$

Otteniamo due soluzioni distinte:

$x_1=1 \quad\wedge\quad x_2=\frac{2}{3}$

Confrontiamole con le condizioni di esistenza: la radice $x_1=1$ non è accettabile, quindi l'unica soluzione dell'equazione risulta essere: $x=\frac{2}{3}$

Controllare a volte forma normale a volte forma canonica

- $x\ \ x-8\ \ +2=2\ \ 5-x\ \ -6x$

Cosa ottieni dopo aver scritto l’equazione in forma canonica?

$x^2+8=0$ E’ sbagliato: il segno del termine noto è negativo

$x^2-8=0$ E’ giusto! Complimenti!

Quanto valgono i coefficienti a , b , c ?

$a=1$, $b=-8$, $c=0$ E’ sbagliato: b è il coefficiente del termine di primo grado.

$a=1$, $b=0$, $c=-8$ E’ giusto! Complimenti!

Che tipo di equazione è?

Spuria E’ sbagliato: non hai valutato attentamente quale coefficiente vale zero.

Pura E’ giusto! Complimenti!

Quali soluzioni ottieni?

$x=\pm 8$ E’ sbagliato: non hai estratto la radice quadrata del secondo membro.

$x=\sqrt{8}$ E’ sbagliato: non hai tenuto conto del doppio segno davanti alla radice.

$x=\pm\sqrt{8}$ Non è finito, devi operare con i radicali.

$x=\pm 2\sqrt{2}$ E’ giusto! Complimenti!

- $\frac{x-3}{x+2}-\frac{1+x}{5}=1$

Quali sono le C.E.?

$x\neq -2$; $x\neq 5$ E’ sbagliato: 5 è diverso da zero.

$x\neq -2$ E’ giusto! Complimenti!

Cosa ottieni dopo aver scritto l’equazione in forma canonica?

$x^2-3x-27=0$ E’ sbagliato: hai fatto confusione cambiando il segno.

$x^2+3x+27=0$ E’ giusto! Complimenti!

Quanto valgono i coefficienti a , b , c ?

$a=0$, $b=3$, $c=+27$ E’ sbagliato: il primo coefficiente vale 1.

$a=1$, $b=3$, $c=27$ E’ giusto! Complimenti!

Che tipo di equazione è?

Completa. E’ giusto! Complimenti!

Qual è il valore di Δ ?

117 E’ sbagliato: non hai calcolato correttamente $\Delta=b^2-4ac$

-99 E’ giusto! Complimenti!

Quali soluzioni ottieni?

$x_{1/2}=\frac{-3\pm\sqrt{99}}{2}$ E’ sbagliato: Δ è negativo

$x_{1/2}=\frac{-3\pm\ -99}{2}$ E’ sbagliato: Δ è il radicando della formula risolutiva.

$x_{1/2}=\frac{-3\pm\sqrt{-99}}{2}$ E’ sbagliato: Δ è negativo nell’insieme dei numeri reali la radice quadrata di una quantità negativa non esiste.

IMPOSSIBILE E’ giusto! Complimenti!

- $x^2+5\ \ x+4\ \ =2\cdot\ \ 2x-1\ ^2+3\cdot\ \ x-6$

Cosa ottieni dopo aver scritto l’equazione in forma canonica?

$7x^2-8x=0$ E’ sbagliato: nello svolgere il quadrato del binomio non hai calcolato il doppio prodotto.

$-7x^2=0$ Non è finito, meglio avere il termine di grado massimo positivo.

$x^2=0$ E’ giusto! Complimenti!

Che tipo di equazione è?

Pura E’ sbagliato: perché l’equazione è di secondo grado ma ha un solo termine.

Monomia E’ giusto! Complimenti!

Quali soluzioni ottieni?

$x=\pm\sqrt{7}$ E’ sbagliato: per determinate il valore di x devi divedere entrambi i membri per 7.

$x^2=0$ E’ sbagliato: trovare la soluzione significa trovare il valore di x .

IMPOSSIBILE E’ sbagliato: l’equazione in quanto monomia ammette sempre soluzioni.

$x_{1/2} = 0$ E’ giusto! Complimenti!

- $x+2 \quad x-2 \quad x^2+4 \quad x^4+16 \ = -256$

Cosa ottieni dopo aver scritto l’equazione in forma canonica?

$x^4 - 512 = 0$ E’ sbagliato: non hai fatto attenzione ai segni.

$x^4 = 0$ E’ giusto! Complimenti!

Che tipo di equazione è?

Pura E’ sbagliato: perché l’equazione è di secondo grado ma ha un solo termine.

Monomia E’ giusto! Complimenti!

Quali soluzioni ottieni?

$x = \pm 1$ E’ sbagliato: a secondo membro c’è zero.

$x^2 = 0$ E’ sbagliato: trovare la soluzione significa trovare il valore di x.

IMPOSSIBILE E’ sbagliato: l’equazione in quanto monomia ammette sempre soluzioni.

$x_{1/2} = 0$ E’ giusto! Complimenti!

pro capite quasi fatta

- $\dfrac{2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 \quad 4x+5}{x-2} = 0$ Cosa ottieni come C.E.?

$x \neq \pm 2$ E’ sbagliato: il denominatore è di primo grado.

$x \neq 0$ E’ sbagliato: tutto il binomio a denominatore deve essere posto diverso da zero.

$x \neq 2$ E’ giusto! Complimenti!

di che tipo è l’equazione che si ottiene dopo averla resa intera?

Scomponibile E’ giusto! Complimenti!

Cosa ottieni dopo la scomposizione in fattori?

$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 \quad 4x+5 \ = 0$ E’ sbagliato:il primo fattore è di terzo grado quindi va scomposto.

$\left[2 \ x^3 - 1 \ - 7x \ x-1 \right] 4x+5 \ = 0$ E’ sbagliato:il primo fattore non è stato scomposto

$x^2 - 3x + 2 \quad 2x-1 \quad 4x+5 \ = 0$ E’ giusto! Complimenti! Ora continua tu……

Riconosci tra le seguenti equazioni le pure, le spurie, el monomie e le complete:

1)	$x \ x+1 \ = -1$	2)	$x = 5x^2$	3)	$x - 5x^2 = x \ 1+x$
4)	$x^2 - 2x = -1$	5)	$3 = 9x^2$	6)	$7x - 5x^2 = 7x \ 1-x \ +1$

Risolvi le seguenti equazioni usando il metodo più appropriato:

1)	$x \ x+1 \ = -1$	2)	$x^4 - 5x^2 + 4 = 0$	3)	$x - 5x^2 = x \ 1+x$
4)	$x^2 - 2x = -1$	5)	$3 = 9x^2$	6)	$8x^2 = \dfrac{27}{x}$
7)	$\dfrac{x}{x-1} + \dfrac{2x}{2x+1} = 1$			$[impossibile]$	

1)	$4x+1\ ^{2}+5x-7=3\ \ x-4$	*impossibile*
2)	$2x\ \ 4x+3\ +3\ \ x-4\ +7=\ 1-4x\ ^{2}+3x$	$\left[1\ ;\ \frac{3}{4}\right]$
3)	$x-1\ ^{2}=1+4x\ \ 2-x$	$0\ ;\ 2$
4)	$\frac{2}{3}-\frac{x\ \ 5x+1}{6}=\frac{1}{2}-\frac{x}{6}$	$\left[\pm\frac{\sqrt{5}}{5}\right]$
5)	$x^{2}+3\sqrt{2}x+4=0$	$\left[-2\sqrt{2}\ ;\ -\sqrt{2}\right]$
6)	$x-1\ \ \ x+2\ =\ x+1\ \ \ 3x-4$	$\left[\frac{1+\sqrt{5}}{2}\ ;\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right]$
7)	$\frac{x+3}{x-1}-\frac{4x}{2x+2}=0$	$\left[3+2\sqrt{3}\ ;\ 3-2\sqrt{3}\right]$
8)	$\frac{x+1}{x-3}+\frac{x+3}{x-1}=\frac{8}{x^{2}-4x+3}$	$\left[-3\right]$
9)	$3x^{2}\left(x^{2}-5\right)=-12$	$\left[-2\ ;-1\ ;\ 1;\ 2\right]$
10)	$\frac{x^{3}}{x^{2}-4}+\frac{x^{3}}{x^{2}+4}=\frac{64}{x^{4}-16}$	$\left[\mathit{impossibile}\right]$
11)	$\frac{4x^{4}-x^{2}-3}{x-1}=0$	$\left[-1\right]$
12)	$\left(3x^{6}-1+2x^{3}\right)\cdot\left(3x^{3}-2x^{2}+3x-2\right)=0$	$\left[-1\ ;1\ ;\ \frac{2}{3}\ ;\ \sqrt[3]{\frac{1}{3}}\right]$

1)	$3x^{2}=4x$	$\left[-\frac{3}{4}\ ;0\right]$
2)	$x+5=\frac{6}{x}$	$\left[-6\ ;1\right]$
3)	$7x^{2}-x=3\ \ x+1$	$\left[-\frac{3}{7}\ ;1\right]$
4)	$6x-11\ \cdot\ 4x^{2}-7x-2\ =0$	$\left[-\frac{11}{6}\ ;-\frac{3}{8}\ ;\ 2\right]$
5)	$\frac{x-6}{x}=2x-1$	$\left[\mathit{impossibile}\right]$
6)	$2x^{4}-x^{3}-18x^{2}+31x-14=0$	$\left[-\frac{7}{2}\ ;1\ ;\ 2\right]$
7)	$5x^{8}-14+3x^{4}=0$	$\left[-\sqrt[4]{\frac{7}{5}}\ ;\ \sqrt[4]{\frac{7}{5}}\right]$
8)	$x^{5}+x^{4}=x^{3}+x^{2}$	$\left[-1\ ;0\ ;1\right]$
9)	$\left(1-2x^{2}\right)^{2}+\left(3+x^{2}\right)^{2}=17$	$\left[-1\ ;1\right]$
10)	$\frac{x^{3}+1}{x^{2}-5x+6}+\frac{x-3}{x-2}=\frac{x+2}{x+3}$	$\left[\sqrt[3]{4}\right]$
11)	$\frac{2}{24-11x+x^{2}}+\frac{2x-1}{x-8}=\frac{x}{x-3}$	$\left[\mathit{impossibile}\right]$
12)	$2x^{3}+5x\left(x+1\right)=-3$	$\left[-\frac{3}{2}\right]$
13)	$\frac{x}{3x^{2},5x-2}+\frac{1}{x}-\frac{2x-1}{x^{2}-2x}=\frac{1-x}{3x^{2}+x}$	$\left[-3-\sqrt{10}\ ;-3+\sqrt{10}\right]$
14)	$x^{5}+x^{4}-9x^{3}-9x^{2}=0$	$\left[-3\ ;-1\ ;0\ ;3\right]$
15)	$\frac{1}{x}+\frac{2x}{4x+3}=\frac{1+x}{x}+\frac{3x+1}{4x+3}$	$\left[-\frac{4}{5}\text{?????}\right]$